RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA EGB

Autora:
Alicia Magdalena Suárez Jijón

2022
Esmeraldas-Ecuador

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA EGB

Autora:

Alicia Magdalena Suárez Jijón

Sello editorial

http://inblueditorial.com
Teléfonos: 062015939/ 0986391700
inblueedit@gmail.com

Título del libro:
Estrategias metodológicas para la resolución de problemas matemáticos del nivel medio de la Educación General Básica.
1ra Edición digital, mayo, 2022
Autora:
Alicia Magdalena Suárez Jijón
Coautor:
Nilo Benavides Solis

Editor:
PhD. Ermel Viacheslav Tapia Sosa
Revisión técnica:
PhD. Nayade Caridad Reyes Palau
Diseño y maquetación:
Lenin Wladimir Tapia Ortiz
Ilustraciones y fotografías:
Archivo del autor y sitios web debidamente referidos
Copyright © 2022 inblueditorial.

© Licencia de Creative Commons. Reconocimiento 4.0 Internacional
Reservados todos los derechos. No se permite la reproducción total o parcial de esta obra, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros) sin autorización previa y por escrito del autor. Los conceptos que se expresan en la obra son exclusivos del autor.

ISBN: 978-9942-42-154-8

Esmeraldas - Ecuador

PRÓLOGO

La importancia de este libro que inBlueditorial prologa aporta a los esfuerzos que desde la reflexión de la práctica pedagógica vienen haciendo los educadores sobre ubicar una dimensión más clarificadora del proceso de construcción del conocimiento; Por consiguiente, el componente cognitivo relacional autónomo de cada sujeto que aprende es el escenario en el que se conjugan relaciones que origen nuevos saberes, propios de su dinámica multidimensional de su mundo racional-subjetivo.

Por tanto, las habilidades cognitivas se refieren a las distintas habilidades intelectuales demostradas por los individuos al desarrollar una tarea, un problema, un proyecto; esto le permite al sujeto humano que aprende apropiarse del conocimiento para resolver problemas y transformar su entorno.

En ese sentido, para Rigney (1978), citado por Herrera (2003, p.1), las habilidades cognitivas son entendidas como operaciones y procedimientos que puede usar el estudiante para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimientos y ejecución …suponen del sujeto que aprende capacidades de representación (lectura, imágenes, habla, escritura y dibujo), capacidades de selección (atención e intención) y capacidades de autodirección (autoprogramación y autocontrol).

Las expectativas sobre la educación hoy indican que la escuela debe contribuir al desarrollo de la capacidad de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos matemáticos para interpretar y comprender el mundo real, tanto en lo referido a la vida en el entorno social inmediato, como en los ámbitos del trabajo y estudio.

Por consiguiente, los retos de la educación es mediar al educando a pensar, por lo que, es necesario el uso de metodologías y modelos de evaluación que inviten a los estudiantes a desarrollar al máximo su capacidad intelectual, con el fin de favorecer las competencias comunicativas y el logro de aprendizajes significativos.

Para desarrollar la capacidad intelectual, la potenciación de las habilidades de pensamiento en los procesos educativos dentro de espacios curriculares, favorece la integración de aprendizajes significativos, lo que permite al individuo organizar y reelaborar el conocimiento, ser autónomo y consciente de autogestionarse su progreso intelectual.

Por esto, en los procesos de adaptación (relación entre conceptos) y ajuste surgen conflictos cognitivos en el individuo, al tratar de entender el mundo. El estudiante, de acuerdo con su desarrollo cognoscitivo y experiencia, dará respuesta a las interrogantes y problemas surgidos en su cotidianeidad.

El desarrollo cognoscitivo le permitirá al individuo responder a los estímulos del entorno. La interacción entre el sujeto y el entorno hace posible el desarrollo de las operaciones mentales que conduzcan a la elaboración de respuestas para transformar la realidad.

Una de las herramientas que posibilita al ser humano responder a los estímulos del entorno y transformar su realidad, es el lenguaje, porque cumple un papel importante en la formación y desarrollo del pensamiento, lo que le permitirá aprender de forma significativa, al elaborar y reelaborar conceptos y experiencias que solventen problemas cotidianos, y a desenvolverse con seguridad en el entorno.

ÍNDICE

PRÓLOGO **4**

ÍNDICE **7**

INTRODUCCIÓN **8**

CAPÍTULO 1 ..... **12**

ENTRAMADO CATEGORIAL QUE SUSTENTA EL OBJETO DE ESTUDIO **12**

1.1. PRINCIPALES CATEGORÍAS DEL OBJETO DE ESTUDIO: 12
1.2. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS O DIDÁCTICAS 13
1.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 19
1.4. EL DESEMPEÑO ACADÉMICO 32
1.5. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO 36

CAPÍTULO 2 ..... **44**

ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA EGB QUE DINAMICE EL DESEMPEÑO ACADÉMICO A PARTIR DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO QUE IMPULSE DESDE EL ANÁLISIS EL DESARROLLO DE SU PENSAMIENTO PRODUCTIVO Y CREADOR EN ESTUDIANTES DE 8VO NIVEL **44**

EL MODELO DE LAS ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS 45
EL DIAGNÓSTICO EXTERNO 45
EL DIAGNÓSTICO INTERNO 46
OBSERVACIÓN Y PROCESOS 47
SEMEJANZAS Y PROCESOS 50
CLASIFICACIÓN Y PROCESOS 55

REFERENCIAS **88**

INTRODUCCIÓN

La investigación que se describe en el presente libro, indagó desde el diagnóstico en la realidad del aprendizaje de matemática qué sucede con la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de la Educación General Básica en el subnivel de la media.

Las investigaciones de la teoría expresan según los investigadores [Arcavi y Friedlander 2007; Royo1953; Blanco, 2012; Gil, Blanco y Guerrero, 2005; Gómez-Chacón, 2000, 2010; Caballero, Guerrero y Blanco 2008; Estrada, 2007; Estrada, Batanero y Fortuny, 2004; Hernández, Palarea y Socas, 2001; Ruiz, 2002; Blanco, Guerrero y Caballero, 2013] precisan que la resolución de problemas ha sido considerada desde siempre como el foco en las matemáticas.

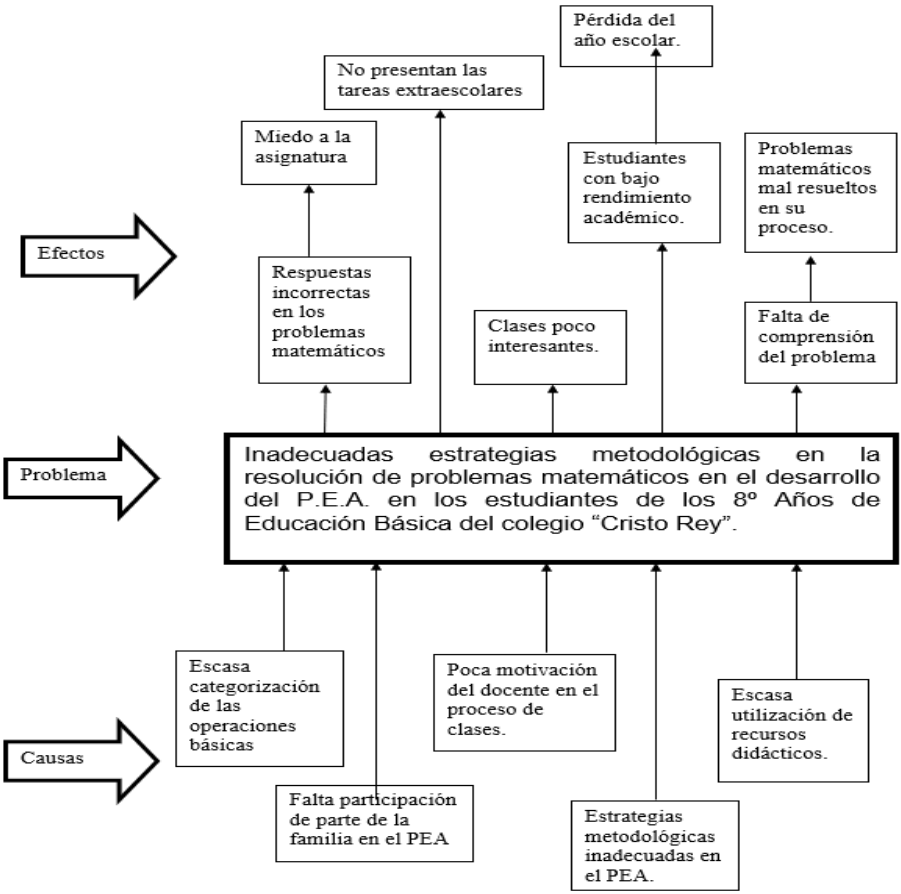
También de las observaciones y de los resultados de la aplicación de encuestas se precisó que las limitaciones para resolver problemas están en el orden de:

- Escasa categorización de las operaciones básicas lo que conlleva a respuestas incorrectas en la resolución de problemas y miedo a la asignatura por su limitado proceso de comprensión.

- Limitada colaboración de la familia como mediadora del proceso de apropiación de resolución de problemas que conlleva el incumplimiento de tareas extracurriculares.
- Inadecuada aplicación de estrategias de aprendizaje que limitan el desempeño académico y la reprobación del año escolar.
- Escasa utilización de medios de aprendizaje lo que dificulta la comprensión de los problemas para su modelación y planteamiento de las relaciones esenciales.

Las manifestaciones resultado del diagnóstico se observan en la figura 1 del árbol de problemas.

Figura 1. *Árbol de problemas.*



Fuente: *Elaboración propia*.

Por consiguiente, las manifestaciones conducen a la formulación del siguiente **problema:** *Inadecuado dominio de estrategias metodológicas para la resolución de problemas matemáticos limita un desempeño académico y el aprendizaje constructivo del pensamiento de los estudiantes del nivel medio de la Educación General Básica EGB, en escuelas del Vicariato de la ciudad de Esmeraldas.*

Por lo tanto, se formula como **objetivo**: *Elaborar una estrategia metodológica para la resolución de problemas matemáticos en la EGB que*

dinamice el desempeño académico a partir de la construcción del conocimiento que impulse desde el análisis el desarrollo de su pensamiento productivo y creador.

Definido el problema y objetivo, se posibilita precisar el objeto y campo de la investigación:

Siendo el **objeto de investigación**, *estrategias metodológicas para la resolución de problemas matemáticos* y el **campo de estudio,** el *desarrollo de estrategias metodológicas para la modelación, matematización, resolución de problemas desde un desempeño académico productivo y creador del pensamiento.*

Por consiguiente, se formulan las siguientes tareas científicas:

1. Modelar las categorías del campo de estudio.
2. Sustentar epistemológicamente las categorías.
3. Diseñar metodológicamente las estrategias para la resolución de problemas matemáticos del nivel medio de la EGB.

En correspondencia con el problema, objetivo, objeto y campo se formula preliminarmente la siguiente hipótesis: Si, los estudiantes del nivel medio de la EGB de las escuelas del Vicariato de la ciudad de Esmeraldas se apropian de las metodologías de las estrategias de resolución de problemas, entonces es posible resolver problemas matemáticos y mejorar el desempeño académico que impulse el despliegue del pensamiento productivo y creador.

El primer capítulo, presenta de manera comprensiva los fundamentos teóricos y metodológicos de las habilidades básicas del pensamiento y el,

Segundo capítulo, Se desarrolla los fundamentos de las estrategias metodológicas y los procesos de la resolución de problemas.

Finalmente, para el docente de matemática de la Educación General Básica EGB, el libro es una herramienta obligada para concretar en contextos operativos de la práctica la construcción del conocimiento.

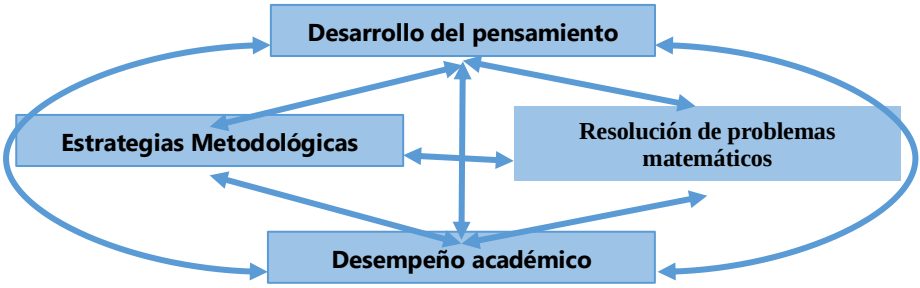
CAPÍTULO 1

ENTRAMADO CATEGORIAL QUE SUSTENTA EL OBJETO DE ESTUDIO

1.1. Principales categorías del objeto de estudio:

El análisis fáctico de la realidad educativa del desempeño académico de los estudiantes del nivel medio de la EGB en el contexto de la resolución de problemas matemáticos que precisa el diagnóstico y que permitió formular el problema y objetivo de la investigación los que son resultado del conjunto de relaciones de las categorías que surgen de acercamiento al objeto de estudio y las que visualizan en la figura 2.

Figura2. *Categorías y sus relaciones dialécticas.*



Fuente: *Elaboración propia.*

Se entiende por modelo a un esquema que sintetiza el conjunto de relaciones que se establecen entre conceptos, categorías y dimensiones de un proceso dialéctico cuyo movimiento en espiral refleja el salto cualitativo del desarrollo del pensamiento que en ascenso la evolución y transformación del objeto empírico en objeto pensado, racional, subjetivo.

1.2. Estrategias metodológicas o didácticas

Es un proceso que expresa las diferentes maneras de mediar los contenidos matemáticos a fin de obtener un conocimiento constructivo; lo que permitirá al docente implementar e innovar en la enseñanza para guiar y orientar las

acciones y actividades que implica el desarrollo de cada tema de matemáticas.

En correspondencia con lo enunciado antes, se tendrá que proponer nuevos métodos, técnicas, recursos, estrategias, que le sean fácil de utilizar para que al estudiante se le facilite su aprendizaje y comprenda la finalidad de las estrategias metodológicas didácticas del aprendizaje matemático.

Un aspecto importante para la apropiación de una estrategia metodológica es aplicarla en el contexto de un conjunto con juegos, ilustraciones, material didáctico y software, éste último es el que actualmente se debería de utilizar, para que las matemáticas sean interactivas, interesantes y manipulables; siendo una técnica práctica
para resolver problemas matemáticos y que al educando lo mantendrá atento a las clases que media el docente de temas: geometría, aritmética, medida y forma, resolución de problemas, estadística, fracciones, conversiones, localización de puntos en un plano cartesiano, entre otros.
Las estrategias metodológicas didácticas “son el conjunto de acciones de orientación y guía que lleva a cabo el docente con clara y explícita
intencionalidad pedagógica” (Villalobos Perez,2002), es decir, el profesor de manera específica detallará cada punto matemático dentro del aula, facilitando su planeación y dando pauta a que se lleven a cabo otras actividades educativas para el enriquecimiento y desarrollo del pensamiento del estudiante, sin duda para que se logre un buen desempeño académico, el docente tendrá que organizar cada procedimiento que vaya a implementar.

Para enseñar matemáticas es necesario el uso de material ya sea para armar figuras, medir espacios al aire libre, hacer dibujos para interpretar las fracciones, realizar un plano cartesiano con palitos de colores, entre otras actividades, implementando tareas y el tiempo necesario para llevar a cabo cada actividad que se debe de alcanzar en el aula.

Así, al finalizar la actividad o tarea se observará si en realidad se logró lo esperado o tendrá que mejorar en el material, contenido, tiempo, planeación, técnicas, espacios, objetivos para facilitar el desenvolvimiento del estudiante fuera y dentro del aula para mejorar su aprendizaje significativo.
El docente solo cumplirá el rol de guiar los aprendizajes, creando un ambiente de interacción dentro del aula, sea de forma individual o grupal generando la socialización, convivencia y el logro del aprendizaje constructivo de las matemáticas.

También tendrá que compartir, confrontar, intercambiar ideas mediante actividades propias para que el sujeto que aprende adquiera y genere con los nuevos conocimientos. De ahí que, el docente su mente debe estar abierta para los diferentes puntos de vista que tiene cada estudiante; de esa manera se lograrán los objetivos y metas matemáticos que tendrán como resultado un mejor aprendizaje y por consiguiente, una persona capaz de resolver problemas por sí mismo, generando su propio conocimiento de forma constructiva y significativa para su vida cotidiana.

El concepto de estrategia (del latín strategema, y del griego strategia, de strategos, general, jefe). “Es el conjunto de acciones identificables, orientadas a fines más amplios y generales” (Diccionario de las ciencias de la educación, 1987).

Es decir, la aplicación de una estrategia metodológica requiere de un perfeccionamiento por parte del docente, para que sean entendibles y generadoras de nuevos y mejores conocimientos.

En otro término las estrategias “son procedimientos que orientan acerca de la utilización de una habilidad o del conocimiento necesario para resolver un problema” (Sánchez Fernandez 2008).

Esto es, que facilitarán el aprendizaje del estudiante a través de ejercicios que promuevan su desenvolvimiento dentro y fuera del aula. Las estrategias metodológicas didácticas son utilizadas para lograr una meta dentro del nivel educativo, llevándose a cabo con una serie de técnicas para conseguir lo que anteriormente se propuso.

Así mismo, es la mejor forma de alcanzar los objetivos buscados al inicio de una situación que necesite de ella para alcanzar un buen resultado.

Las estrategias se preocupan por el ¿cómo? y la forma ¿cómo se va a lograr? una máxima efectividad en lo que respecta al retraso educativo en la asignatura de matemáticas. Para lograr dichos resultados es necesaria la distribución de la práctica, la adaptación tanto de docentes como de estudiantes y la aplicación de los medios disponibles para alcanzar lo propuesto.

El proceso de enseñanza-aprendizaje se mantendrá con mayor desarrollo con la utilización de las estrategias propiciando un mayor aprendizaje constructivo de las matemáticas.

Por consiguiente, se considera que “las estrategias son las grandes herramientas del pensamiento puestas en marcha por el estudiante cuando tiene que comprender un texto, adquirir un conocimiento o resolver problemas” (Villalobos, Pérez-Cortes; 2004).

Es decir, las estrategias son parte principal del desarrollo del estudiante porque le ayuda a autogestionarse su propio conocimiento y cuando tenga que resolver un problema matemático utilizará su propio método para obtener el resultado, aunque el maestro le explique de una forma el estudiante obtendrá nuevas habilidades para resolverlo conforme lo haya aprendido y entendido.

Para complementar el término de estrategias metodológica didácticas
es necesario hablar de didáctica la cual beneficiará de manera importante a al estudiante, por lo tanto, didáctica es una técnica importante para el trabajo docente porque facilita la enseñanza y la manera en que ésta se desarrolla. “Etimológicamente viene del griego Didaktikè que significa arte de enseñar”.

Dentro del proceso educativo existen dos formas de ejercer la didáctica la primera es la didáctica general que consiste en estudiar el problema de la enseñanza de un modo general sin descender a minucias específicas que varían de una disciplina a otra, procura ver la enseñanza como un todo estudiándola en sus condiciones más generales a fin de indicar procedimientos aplicables a todas las disciplinas y que den mayor eficiencia a lo que se enseña, es decir, lleva a cabo principios y normas básicas del aprendizaje sea este individual o grupal a través de la teoría y la práctica educativa.

El hecho de referirse a la estrategia metodológica didáctica, conlleva precisar el significado de didáctica especial la cual se interesa por la enseñanza de una disciplina en particular como matemáticas, geografía, historia, ciencias naturales, entre otras, brindando información concreta a los docentes encargados de transmitir los contenidos.

Esta clasificación de la didáctica es necesaria para que el docente y el estudiante logren los objetivos que el proceso de enseñanza-aprendizaje propone.

Otra definición importante es la que propone de Brousseau 1983, “la didáctica es el estudio de los fenómenos de la enseñanza que son específicos del conocimiento enseñado”. Citado por (Sánchez Huete, 2007). Por lo tanto, la didáctica es la disciplina pedagógica de carácter práctico y normativo que tiene por objeto la enseñanza, para dirigir de manera correcta al alumno en su aprendizaje.

Así mismo, utiliza principios, normas, descubrimientos, experimentación y prácticas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en miras a un mejor rendimiento escolar. Por ello ofrece al educando medios para que se esfuerce, se responsabilice del aprendizaje que adquiere y sea capaz de desarrollar y conducir sus conocimientos para alcanzar su formación escolar dentro de cada nivel.

La estrategia metodológica didáctica guarda relación de unidad y contradicción con la resolución de problemas matemáticos.

1.3. Resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas, es un proceso que depende de la mediación de actividades propuestas por el docente para que los estudiantes debidamente orientados les permite aplicar sus conocimientos matemáticos en la resolución de problemas tomados de diferentes fuentes, intra o extra matemáticos.

La enseñanza para la resolución de problemas es una consideración tradicional respecto del papel de la Resolución de Problemas como aplicación de la teoría, previamente estudiada. Esta acepción se refleja en los libros de texto al situar los problemas al final de los capítulos o después de la introducción de algún concepto o algoritmo.
De esta manera, los problemas se resolverían de acuerdo a los procedimientos señalados que se orientan. Por lo que, la referencia a la aplicación de conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas es continua.

La enseñanza sobre la Resolución de Problemas Matemáticos se centra en orientar el trabajo que los estudiantes experimenten y asuman diferentes formas de abordar los problemas, desde lo cognitivo. En esta línea, se centran los esfuerzos en trabajar diferentes fases sobre resolución de problemas, y en favorecer la reflexión y discusión sobre el propio proceso. Desde esta perspectiva, la resolución de problemas se constituye en un contenido específico y una actividad compleja que los estudiantes deben aprender a desarrollar.

En relación a lo planteado anteriormente, Polya 1945, en su modelo descriptivo, establece las necesidades para aprender a resolver problemas.

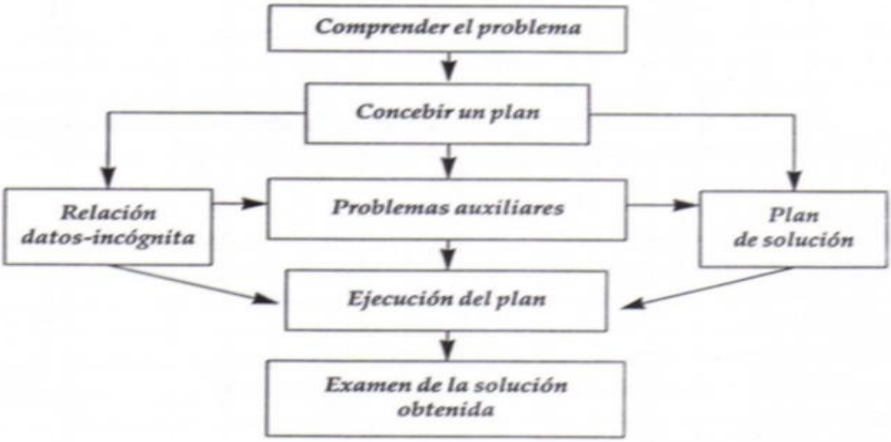
Para este autor el principal fin es el de ayudar a que el estudiante adquiera la mayor experiencia en la tarea de resolución de problemas, por lo que el profesor será el guía que en todo momento dejará al estudiante para asumir la parte de responsabilidad que le corresponde.

Este autor, considerado para muchos el padre de la heurística matemática, estableció cuatro fases en la resolución de problemas:

1. Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
2. Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
3. ¿Conoces un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?
4. Ejecutar el plan: ¿Son correctos los pasos dados?
5. Examinar la solución obtenida: ¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?

Las fases anteriores caracterizan, según Polya 1966, al resolutor ideal. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas cuya intención clara es actuar como guía para la acción. En la figura siguiente se pretende ilustrar el proceso de resolución de problemas de Polya basado en las cuatro fases descritas anteriormente.

Figura 3. *Estrategia Polya.*



Fuente: *Estrategia de Polya para la resolución de problemas.*

La conveniencia de encontrar una determinada estrategia, aparte de Polya 1966, es abordada por gran cantidad de autores. Shoenfeld (1985), en búsqueda de explicaciones para la conducta de los resolutores reales de problemas, considera insuficientes las estrategias planteadas por Polya 1966, para la resolución de problemas y sostiene que el proceso es más complejo e involucra más elementos (como se viene comentando en apartados anteriores) de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros.

Establece por lo tanto la existencia de cuatro aspectos que intervienen y se debe tener en cuenta, en la resolución de problemas y que sirvan para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas:

- Recursos cognitivos: entendidos como conocimientos previos, o bien, el dominio del conocimiento.
- Heurísticas: estrategias o reglas para progresar en situaciones dificultosas.
- Control: estrategias metacognitivas, es decir, aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.
- Sistema de creencias**:** conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática y su enseñanza.
-

Cada uno de estos componentes explica las carencias, y por lo tanto, el poco éxito en la resolución de problemas de los resolutores reales. Así, cuando a pesar de conocer las heurísticas no se sabe cuál utilizar o cómo utilizarla se señala la ausencia de un buen control de los recursos disponibles.

Algunas de las **creencias** que tienen los estudiantes:

- Los problemas matemáticos tienen una y solo una respuesta correcta.
- Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en la clase.
- Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente. Esta creencia se ve con bastante frecuencia.
- La Matemática es una actividad solitaria realizada por individuos en aislamiento, no hay nada de trabajo en grupo.
- Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.

- Las matemáticas aprendidas en la escuela tienen poco o nada que ver con el mundo real.

Los **recursos:** Lo primero que Schoenfeld 1992, señaló es la categoría de los recursos. Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.

Obviamente, en cuanto a los recursos, uno de los aspectos importantes es que el profesor debe estar claro sobre cuáles son las herramientas con las que cuenta el sujeto que aprende. Esto es así porque si a la hora de resolver un determinado problema el individuo no cuenta con las herramientas necesarias para encontrar la solución,
entonces, no va a funcionar.

El **control:** Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.

Le sucede casi a cualquier persona que, resolviendo un problema, tiene la firme convicción de que se soluciona usando el método que escogió, y aunque no sale, sigue intentándolo.

Posteriormente lo retoma y sigue por el mismo camino, hasta que en algún momento se da cuenta que eso no era así, y que entonces debe buscar otra vía completamente distinta.

Puede haber varias estrategias heurísticas posibles que pueden usarse para resolver un determinado problema. Entre esas estrategias puede ser que una o varias sirvan, o que se crea que algunas que sirven no sirvan, o si alguna sirve puede presentar mayores obstáculos que otras.

Cada una de las heurísticas o estrategias que se usen pueden tener sus diferencias; puede que se seleccione una que es inútil, existiendo muchas que son útiles. Todo eso debe ser controlado.

Por esto se destaca la importancia de que el estudiante o la persona que está resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y evaluar el proceso. En cuanto a eso, Schoenfeld señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o sea, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones.

Algunas acciones que involucran el control son:

- Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. En esto Pólya hace, también, una y otra vez, la observación que, si alguien no entiende un problema, no lo va a resolver, y si lo hace, es por casualidad.
- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, o sea: hacer un diseño.

- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.
- Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.

Pero, las **heurísticas** y un buen control no son suficientes, pues puede que el resolutor no conozca un hecho, algoritmo o procedimiento específico del dominio matemático del problema en cuestión. En este caso se señala la carencia de recursos cognitivos como explicación al intento fallido en la resolución.

Por otro lado, puede que todo lo anterior esté presente en la mente del resolutor, pero sus creencias de lo que es resolver problemas en matemáticas o de la propia concepción sobre la matemática haga que no progrese en la resolución. La explicación para este fallo, la contempla Schoenfeld en el cuarto elemento del marco teórico, las creencias.

Las heurísticas. La mayor parte de las veces se carece de ellas. Se dispone de conocimientos específicos del tema o dominio matemático del problema, incluso de un buen control, pero falla el conocimiento de reglas para superar las dificultades en la tarea de resolución como podrían ser:

- Buscar un problema relacionado.
- Resolver un problema similar más sencillo.
- Dividir el problema en partes.
- Considerar un caso particular.
- Hacer una tabla.
- Buscar regularidades.

- Empezar el problema desde atrás.
- Variar las condiciones del problema.

Shoenfeld 1992, señala que, en el proceso de resolución, tan importante como las heurísticas es el control de tal proceso, a través de decisiones ejecutivas, es decir, qué hacer en un problema. Estas decisiones ejecutivas tienen consecuencias globales para la evolución del proceso de resolución de un problema, determinando la eficiencia de los conocimientos y recursos de todo tipo puestos en servicio para la resolución del problema.

Para abordar el proceso de resolución de problemas, Shoenfeld también indica cuatro pasos:

- Analizar y comprender un problema: dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.
- Diseñar y planificar una solución
- Explorar soluciones:
  - considerando una variedad de problemas equivalentes,
  - considerando ligeras modificaciones del problema original, y
  - considerando amplias modificaciones del problema original.
- Verificar la solución.

1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
   a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
   b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
   c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:
   a) ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?

b) ¿Puede quedar concretada en caso particulares?
c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Mayer (1986) citado en Casajús (2005) también enumera los procesos a seguir en la resolución de problemas en los siguientes:

- Representación del problema: conversión del problema en una representación mental interna. Comprende dos pasos:

a) Traducción: capacidad para traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula matemática.
b) Integración de los datos: supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.

a) Solución del problema: diseñar un plan de solución, lo que implica:

- Planificación: búsqueda de estrategias para la resolución.
- Ejecución: realización de las operaciones/acciones diseñadas.

Bransford y Stein (1984) citado por Casajús (2005) proponen un método que incluye una fase inicial de identificación y consta de cinco fases:

- Identifica que un problema existe y cuál es.
- Definición y representación del problema.
- Exploración de posibles estrategias.
- Actuación con la estrategia seleccionada.
- Logros, observación y evaluación de los resultados.

Maza (1991) citado por Casajús (2005) reformula el modelo de Polya, y diferencia dos procesos en la fase de Comprensión, en análisis y representación del problema y extendiendo la fase de Revisión-Comprobación de la siguiente forma:

- Análisis del problema, lo que implica analizar-descomponer la información que nos da el enunciado (datos, condiciones, variables)
- Representación del problema, relacionando los elementos del problema.
- Planificación, eligiendo la estrategia más adecuada para su resolución.
- Ejecución, o aplicación de la estrategia elegida, donde es conveniente la revisión constante de tal aplicación, detección de errores, corrección de los pasos, etc...
- Generalización, conectándolo con algún principio general que permita resolver ejercicios similares en el futuro.

Destacar también el trabajo de De Guzmán 1993, que, partiendo de las ideas de Polya 1990, y Schoenfeld 1985, ha elaborado un modelo para la ocupación con problemas, donde se incluyen tanto las decisiones ejecutivas y de control como las heurísticas.

La finalidad de tal modelo es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, es decir, lo que Polya 1966, denominó como pensamiento productivo. Este modelo se basa en las siguientes cuatro fases:

- Familiarizarse con el problema: tratar de entender a fondo la situación, jugar con la situación, tratar de determinar el aire del problema, perderle el miedo.
- Búsqueda de estrategias: Empezar por lo fácil, hacerse un esquema, figura o diagrama, escoger un lenguaje adecuado y una notación apropiada, buscar un problema semejante, suponer el problema resuelto, suponer lo contrario.
- Llevar adelante la estrategia: seleccionar y llevar adelante las mejores ideas de la fase anterior, actuar con flexibilidad, no emperrarse con una idea, cambiar de vía si las cosas se complican demasiado.
- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él: examinar a fondo el camino seguido, preguntarse cómo se ha llegado a la solución o por qué no se ha llegado, tratar de entender por qué la cosa funciona, mirar si se puede encontrar un camino más simple, mirar hasta donde llega el método, reflexionar sobre el proceso de pensamiento seguido y sacar conclusiones para el futuro.

Por último, en esta misma tradición, los responsables de matemáticas en el estudio PISA (2003-2006) que se detalla en el apartado siguiente y en el cual se basa gran parte de nuestro estudio, también caracterizan cinco fases en la actividad de resolver problemas.

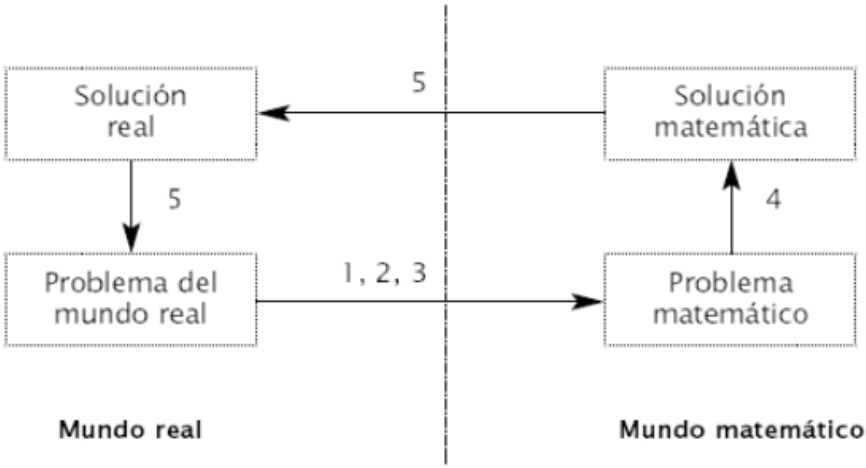
matemáticos de la vida real, a esta estrategia la denominan matematización.

Los cinco aspectos esenciales que caracterizan este proceso de matematización son:

1. En el primer paso, el proceso se inicia con un problema enmarcado en la realidad.
2. En el segundo paso, la persona que desea resolver el problema trata de identificar las matemáticas pertinentes al caso y reorganiza según los conceptos matemáticos que han sido identificados.
3. El tercer paso implica una progresiva abstracción de la realidad.
4. El cuarto paso consiste en resolver el problema matemático.
5. Por último, pero no menos importante, el quinto paso supone resolver a la pregunta: qué significado adquiere la solución estrictamente matemática al transponerla al mundo real.

Estas cinco fases que define el estudio PISA para la resolución de problemas se pueden representar gráficamente de la siguiente forma:

Figura 4. *Fases PISA para la resolución de problemas.*



Fuente: *Ciclo de la matematización (PISA 2003).*

Es la actuación secuenciada por medio de estos procesos lo que caracteriza, según el informe PISA 2003, cómo los matemáticos hacen matemáticas,

cómo las personas emplean las matemáticas en una variedad de profesiones y trabajos de manera completa y competente, cómo al abordar la respuesta a cuestiones y problemas abstraen y, por ello, matematizan sobre los datos de su contexto de trabajo.

El proceso de hacer matemáticas, que denominan matematización, implica en primer lugar traducir los problemas desde el mundo real al matemático. Este primer proceso se conoce como matematización horizontal y se sustenta sobre actividades como las siguientes:

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez traducido el problema a una expresión matemática, el proceso puede continuar.

El estudiante puede plantear a continuación cuestiones en las que utiliza conceptos y destrezas matemáticas. Esta parte del proceso se denomina matematización vertical que incluye:

- Utilizar diferentes representaciones.

- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos.
- Argumentar.
- Generaliza

Las configuraciones Estrategias metodológicas y resolución de problemas, desde el conjunto de relaciones y entramados conceptuales se complementas y al mismo tiempo, son mediadoras de la síntesis que se expresa en el desempeño docente que es un proceso que pone en evidencia el rendimiento en matemática que logra el estudiante del nivel medio de la EGB.

1.4. El desempeño académico

El desempeño académico, es un proceso que hace a la relación del estudiante con su implicación en sus estudios. También, es la expresión del dominio de los conocimientos matemáticos o sus logros, A su vez, es entendido como el rendimiento académico que hace alusión a la evaluación ya sea cuantitativa o cualitativa.

El desempeño académico depende tanto de la asimilación de conocimientos como de la manera de correlacionarlos y proyectarlos en la vida haciéndolos parte importante en ella y por lo tanto implica la valoración de los conocimientos como la posibilidad de actuar y ser en sus contextos de relación.

Fletcher 2005, menciona que la implicación también se ha usado para describir un compromiso más profundo y significativo de los estudiantes con

su aprendizaje, que consiste en la participación de los individuos durante el diseño del currículum, administración y manejo de los recursos del salón de clase y contribución para la construcción del clima del aula.

Por otro lado, es prioritario definir con claridad el concepto desempeño académico. Heredia y Martínez 2010, mencionan que el desempeño académico sí implica la calificación obtenida en las evaluaciones realizadas por el profesor; sin embargo, siempre debe estar relacionada con un contexto para ser entendida. Partiendo de este principio, el contexto que explica al desempeño académico en este trabajo investigativo es el grado de implicación del grupo. Lo único que varía es que el desempeño académico no se valora a partir de la calificación, sino con base en ciertos indicadores de desempeño.

Rogers 2010, define al desempeño académico como el grado de logro de las metas educativas que están planteadas en el programa de estudio que se cursa, y lo visualiza a partir de indicadores de desempeño, rasgos que enfocan la atención en aspectos específicos del programa.

Igualmente, los indicadores de desempeño se plantean como referentes de logro para los estudiantes, son medibles y demuestran qué tanto se ha alcanzado en el proceso de instrucción, es decir, demuestran el desempeño académico.

La categoría desempeño académico desde una perspectiva amplia, más allá de un término numérico, como un fenómeno que se manifiesta durante el proceso de instrucción, y no como el resultado de éste, permite conocer el grado real de aprendizaje del grupo, definiendo al aprendizaje como algo

que se construye, que posteriormente es posible percibir, y que irá modificándose durante el mismo proceso en el que se adquirió.

El nivel de desempeño académico obtenido por el grupo, a partir de las observaciones que se registran como calificaciones bajas, se traduce en que las habilidades intelectuales de los estudiantes aún se encuentran en proceso de desarrollo o no se manifiestan constantemente en el proceso de instrucción.

Este nivel implica que, por lo general, los estudiantes recuerdan información precisa y utilizan la terminología estudiada en clase sólo en algunas ocasiones; asimismo, únicamente algunas veces son capaces de realizar un procedimiento por sí mismos, pues en las situaciones restantes requieren del acompañamiento cercano del docente. El desempeño académico que presenta el grupo también supone que la capacidad de comprensión es media, es decir, que aún les cuesta entender un problema matemático en su totalidad, pero ya están en vías de hacerlo.

Asegurar el éxito académico de los estudiantes es tener un desempeño óptimo implica entonces, generar en ellos/as las competencias básicas que le faciliten cumplir con su rol social y laboral y por ende aportar a la transformación de sus condiciones en los entornos circundantes.

Del latín reddere (restituir, pagar) el rendimiento es una relación entre lo obtenido (desempeño) y el esfuerzo empleado para obtenerlo (rendimiento). Es un nivel de éxito en la escuela, en el trabajo.

Gimeno 1977, expresa en sus escritos que el rendimiento académico es un conjunto de habilidades, destrezas, hábitos, ideales, aspiraciones, intereses, inquietudes, realizaciones que aplica el estudiante para aprender, lo que lo convierte en un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes en el aula de clases.

Chadwick 1979, plantea que el rendimiento académico debe concebirse tanto cuantitativamente, cuando mide lo que arrojan las pruebas, como en forma cualitativa, cuando se aprecian subjetivamente los resultados de la educación.

Numerosas investigaciones y avances conceptuales de diferentes disciplinas como la psicología y la pedagogía han demostrado que el proceso de enseñanza-aprendizaje permite a los estudiantes obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos que se expresan en una nota global, pero que además en él influyen factores, psicosociales, biológicos y familiares, además de las experiencias de
aprendizaje y la calidad de la enseñanza brindada.

El resultado se expresa no sólo en notas sino también en acciones entendidas como lo que efectivamente el estudiante logra hacer con lo aprendido. Como lo diría Chadwick (1979) el rendimiento académico es la expresión de capacidades y características psicológicas del estudiante que se actualizan a través de un proceso de aprendizaje.

Sattler 2003, citado Moreno y Chauta, 2012, indican que el rendimiento escolar hace referencia al nivel de logro que es capaz de alcanzar un estudiante dentro de un ambiente escolar o de alguna asignatura en

particular, este puede ser valorado a través de evaluaciones pedagógicas, dichas evaluaciones son aquellas estrategias que utiliza el educador en el transcurso del año escolar, lo cual le permite obtener información necesaria para evaluar el logro.

Jiménez 2000, citado por Moreno y Chauta, 2012, define el rendimiento académico como el nivel de conocimientos que demuestra el estudiante en un área o materia, el cual se compara tanto con la edad como con el nivel académico.

Sin embargo, Loaiza y Rojas (2015, p.26), el rendimiento académico debería entenderse a partir de los procesos de evaluación, pero la medición y evaluación simple del rendimiento alcanzado por los estudiantes, no genera por sí mismo las pautas necesarias para el mejoramiento de la calidad educativa.

El movimiento del entramado de relaciones de las tres configuraciones: estrategias metodológicas didácticas, resolución de problemas y desempeño académico son mediadoras de la síntesis que se expresa como el desarrollo del pensamiento.

1.5. Desarrollo del pensamiento matemático

El pensamiento es un proceso de representación e interpretación de la realidad a partir de la relación que se establece entre los conceptos previos y la nueva información, la acción que internamente implica develar la esencia. Ese escenario implica que el sujeto humano que aprende se orienta desde la interacción que establece con ella y que se lleva a cabo al poner en uso las herramientas cognitivas y las acciones del pensamiento que se nutre de intervención sensorial y la razón, por medio de la lógica como reflejo de la realidad, por lo que tiene un gran significado la categoría de la

reflexividad y la previa apropiación necesarios para la construcción del conocimiento.

Desarrollar el pensamiento señala De Zubiría 2006, exige:

> Poseer conceptos y razonamientos de mayor nivel de complejidad, integración y abstracción. La presencia de conceptos más inclusores, jerárquicos y abstractos, tal como señaló Ausubel 2002, implica una estructura cognitiva más general y de mayor nivel de estructuración.
> El aporte que todas las áreas deben dar al desarrollo del pensamiento es garantizar que los estudiantes adquieran los principales conceptos de las ciencias y de la matemática; algo que desafortunadamente no se cumple sino en muy pocas instituciones educativas latinoamericanas. Por dedicarnos a transmitir las múltiples informaciones impertinentes, desarticuladas y fragmentarias, que hoy dominan la educación, los niños y jóvenes en América Latina adquieren poquísimos conceptos de las Ciencias Sociales, de las Ciencias Naturales y de la matemática. Y debido a ello, se retrasa el desarrollo del pensamiento de los niños y jóvenes latinoamericanos.
> Pero para pensar no basta con tener los instrumentos cognitivos. También se requiere saber operar con ellos. De allí que tenga toda la razón Davídov 1975, cuando afirma, que Dominar un concepto supone no ya conocer los rasgos de los objetos y fenómenos que él mismo abarca, sino también, saber emplear el concepto en la práctica, saber operar con él (p. 70). Y por ello, tendrá mayor desarrollo del pensamiento quien posea mayor integración y mayor jerarquización en sus procesos de pensamiento.
> El crucial aporte de Piaget 1974, en este ámbito, fue caracterizar las operaciones intelectuales propias de cada una de las etapas en el desarrollo de un niño, al tiempo que sus principales debilidades consistieron en desconocer al papel de los contenidos y el carácter sociocultural de estos procesos. Para desarrollar el pensamiento también se necesitan instrumentos del conocimiento, mediación y un contexto determinado en el cual operar, tal como demostraron los enfoques socioculturales. Esta conclusión será fundamental para distinguir las propuestas en educación formuladas por los seguidores de Piaget y los de Vigostky,
> El fin de la educación para los enfoques vigostkianos, será jalonar el desarrollo. Y debido a lo anterior, darán un mayor peso a la mediación cultural y enfatizarán en la integralidad, los contenidos y

> la contextualización, reconociendo con ello el carácter social, histórico y cultural siempre presente en nuestras ideas.

El pensamiento es un don particular del ser humano y su origen se da por la intervención sensorial y la razón. Por consiguiente, el razonamiento, la inferencia lógica y la demostración son aptitudes del pensamiento para reflejar de manera inmediata la realidad, los problemas y las necesidades del sujeto. De ahí que, “según la lógica formal la estructura del pensamiento está compuesta de la siguiente manera: concepto, juicio, razonamiento y demostración” (Izquierdo, 2006, pp. 21-23).

En el proceso de construcción del conocimiento que implica establecer relaciones entre un concepto y otro, o entre una categoría y otra, o entre una configuración y otra o entre una dimensión y otra, la fórmula es inteligencia = poder + táctica + contenido, lo que denota una estructura, entonces:

> El concepto de estructuras del pensamiento, el modelo de aprendizaje de una estructura se construye a través de la adquisición (procesos de relaciones cognitivos), internalización, transferencia, y los principios fundamentales de análisis, síntesis, generalización, abstracción que sufre el objeto empírico en su ascenso como objeto pensado son estructuras del pensamiento, estructuras que pueden organizar y catalizar nuestro pensamiento en la enseñanza del pensamiento (Perkins, 1986, p.10).

El pensamiento es un reflejo de la realidad mediada por el nivel que se perciba el objeto real y se concretice lo visualizado según el fin del aprendizaje. También, el pensamiento puede ser un reflejo de lo que se siente, creando una realidad subjetiva, alejada de la realidad objetiva, que se visualiza solamente en la mente de quien lo piensa. Froebel enseñaba que la vida se vive en dos planos:

> Primero está el plano de la realidad, que representa el reino de la sensación, de lo que oímos, de lo que olemos y vemos. En segundo lugar, está el reino de los símbolos, que es una representación de impulsos y deseos interiores […], en el universo del interior del sujeto que aprende nada carece de significación (Mayer, 1967, pp. 292-293).

El ser humano es sociable por naturaleza, así, el pensamiento es un producto social que refleja lo que existe en la realidad en la que se desenvuelve el sujeto, pero limitado por los niveles de cultura, tiene un vínculo histórico y social.

Histórico porque el sujeto humano que aprende permanece en el tiempo como expresión del ser y el estar con el pensamiento, pero que es realmente el pensamiento, es un output del input como producto de los sentidos: escuchar, ver, tocar, percibir y sentir.

Por consiguiente, la lectura es la fuente de nutrición del pensamiento, es el factor esencial de desarrollo del mismo, por eso los lectores tienen mayor facilidad para producir conocimientos. Dependiendo del nivel cultural, la persona puede tener pensamientos simples o complejos, concretos o abstractos, buenos o malos.

El docente desde sus espacios en los niveles de la Educación General Básica, es el responsable de motivar, incentivar y llevar al educando al desarrollo de su pensamiento, en tanto el estudiante es el centro del proceso del aprendizaje. Con la libertad de expresión, de reflexión, de fijación de ideas, el docente puede abrir la posibilidad de ir más allá de lo que se ve y se siente, es decir, volverse responsable de toda acción proyectora.

Para la construcción del conocimiento el sujeto que aprende tiene un cerebro cuyo peso medio se aproxima a 1.200 gramos y tiene 86 millones de células nerviosas. Durante la gestación, las células cerebrales –neuronas– inician la producción de cuantiosas conexiones entre sí.

Cada neurona construye miles de conexiones, de manera que al final se forma una red de trillones de conexiones, pero solamente una cantidad limitada de estas conexiones se origina automáticamente, ya que la mayoría se forma al usarse el cerebro.

Cuanto más son estimuladas las neuronas, más conexiones se construyen y más grande es en la capacidad del ser humano para pensar.

A diferencia de las otras células corporales, las neuronas no se regeneran. Sin embargo, el cerebro puede seguir funcionando, aunque ciertas partes de él estén atrofiadas. Eso se debe a que solamente utilizamos una parte limitada de nuestro cerebro, entre el 10% y el 15%.

Las funciones del cerebro están divididas en los dos hemisferios. El lado izquierdo es verbal, digital, temporal, matemático, intelectual, secuencial, lógico-racional y diferenciador; consecuentemente se lo denomina lógico-analítico. El hemisferio derecho es figurativo, análogo, atemporal, musical, simbólico, holístico, intuitivo-creativo e integrador; consecuentemente se lo llama sintetizador-creativo (Izquierdo, 2006, p.47).

Si el ser humano utilizara solamente el 50% del cerebro, ¿cuánto pensamiento crítico-reflexivo sería posible producir? Es interesante saber

que cada neurona, al ser estimulada, construye miles y millones de conexiones que, a través de la “acción-reacción” “causa-efecto”, pueden dar origen a innumerables pensamientos que serían parte del avance de la ciencia y la tecnología.

El pensamiento se desarrolla en la medida en la que las operaciones mentales rebasan la complejidad de resolver problemas y de exponer oralmente sus pensamientos.

Los docentes –guías, tutores, acompañantes y mediadores de aprendizajes– son quienes tienen la responsabilidad de influir en el desarrollo del pensamiento de los niños, haciéndoles reflexionar sobre la realidad en la que se desenvuelven, permitiéndoles emitir sus propias ideas, aunque estas no concuerden con el tema propuesto, pues la operación mental se da y la práctica de esta hará que la persona, desde la infancia, se desenvuelva con fluidez en cualquier circunstancia de la vida.

Es por esta razón que el docente tiene la gran responsabilidad de evitar clases tradicionales, porque estas pueden bloquear las operaciones mentales de niños y adolescentes, pueden limitar el nivel de razonamiento y el grado de pensar. El docente tiene que motivar a sus estudiantes a generar nuevos conocimientos, es decir pensamientos que resultan de relaciones con conceptos antes adquiridos con los nuevos, o a través de la relación de ideas de otros con criterios propios, este es el camino para volver más inteligentes a los estudiantes.

Para la construcción del conocimiento se requieren, destrezas intelectuales para la adquisición y la integración de nuevos conocimientos a través de la

construcción de significados, organización y almacenamiento de dicha información, es en la profundización del conocimiento donde se requiere de un tipo de razonamiento y de un nivel de rigor que usualmente es posterior a la adquisición e integración del contenido inicial (Marzano, 1992).

Los niveles de profundidad de la construcción del pensamiento son los siguientes:

NIVEL 1. Reproductivo:

El primer nivel da cuenta de una demanda que sólo exige la reproducción de la información.

Dentro de esta categoría encontramos, por ejemplo, la enumeración de características de un objeto, evento o situación, el reconocimiento o recuerdo de una fecha.

NIVEL 2. Productivo:

Un segundo nivel de profundidad o intermedio da cuenta de la capacidad de realizar una serie de operaciones mentales sobre un contenido, utilizando para ello la información dada. Ejemplo de este nivel de profundidad en el aprendizaje lo constituye la comparación a partir de criterios previamente establecidos, o el ordenamiento secuencial de una serie de eventos o acontecimientos.

NIVEL 3. Creativo:

El nivel de mayor profundidad, según esta propuesta, dice relación con la capacidad de reelaboración personal que el sujeto realiza a partir de la información disponible, agregando dimensiones de la información que no han sido explicitadas. Ejemplo de lo anterior lo constituyen las tareas de

completación de un mensaje siguiendo la lógica de los hechos antecedentes, la inferencia de características (culturales, por ejemplo) a partir de un relato de los hechos, dar instrucciones para seguir una ruta utilizando los conceptos de paralelismo y perpendicularidad.

Para dinamizar la construcción del conocimiento se proponen ocho actividades u operaciones (destrezas de pensamiento) que estimulan el tipo de razonamiento que se utiliza en la profundización y en la relación que se establece entre los contenidos del currículo de la matemática en los años de la EGB:

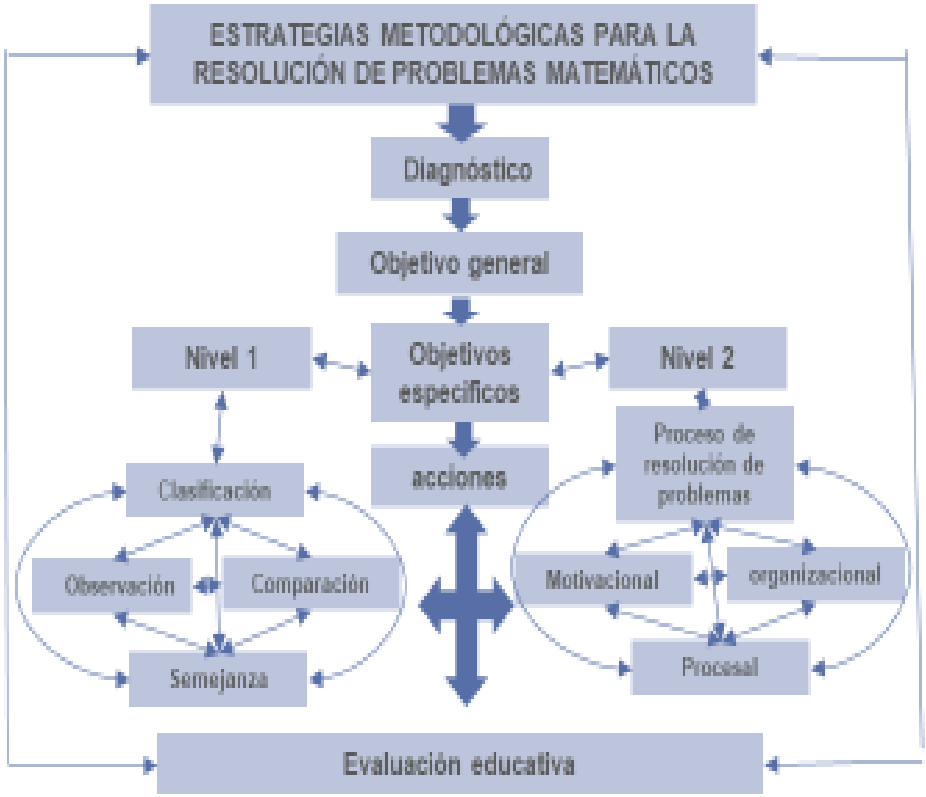
- LA COMPARACIÓN: Identificación y articulación de semejanzas y diferencias entre cosas.
- CLASIFICACIÓN: Agrupar objetos en categorías en base a sus atributos.
- INDUCCIÓN: Inferir generalizaciones o principios a partir de la observación o del análisis.
- DEDUCCIÓN: Inferir consecuencias que se desprenden de determinados principios o generalizaciones.
- ANÁLISIS DE ERRORES: Identificar y articular errores en el propio razonamiento o en el de otros.
- ELABORAR FUNDAMENTOS: Construir un sistema de pruebas que permita sostener aseveraciones.
- ABSTRAER: Identificar el patrón general o el tema que subyace a la información.
- ANALIZAR DIFERENTES PERSPECTIVAS: Identificar y articular el propio punto de vista con el de los demás. (Marzano1992)

Estas habilidades de pensamiento son, finalmente, las herramientas de que dispone el estudiante para procesar los contenidos y profundizar en el conocimiento.

CAPÍTULO 2

Estrategia metodológica para la resolución de problemas matemáticos en la EGB que dinamice el desempeño académico a partir de la construcción del conocimiento que impulse desde el análisis el desarrollo de su pensamiento productivo y creador en estudiantes de 8vo nivel

El modelo de las estrategias metodológicas



Fuente: *Elaboración propia.*

El desarrollo de la estrategia metodológico para la resolución de problemas matemáticos en la EGB que dinamice el desempeño académico y potencie el desarrollo del pensamiento matemático contempla un diagnóstico externo e interno.

El diagnóstico externo

Hace relación al análisis de oportunidades que la comunidad brinda para favorecer el desarrollo sostenido de un adecuado desempeño académico de los estudiantes. Los padres de familia asumen responsabilidades de

acompañamiento al estudio independiente que hade el estudiante; revisa las tareas, y asiste a las escuelas para recibir orientaciones de parte de los profesores del área de matemática.

El diagnóstico interno

Lo constituyen las percepciones de los profesores y de los estudiantes de la calidad de su desempeño académico o rendimiento matemático: precisa el resultado de las observaciones y de los cuestionarios aplicados a los docentes que los estudiantes en muchos casos su aprendizaje se mueve en el plano de profundidad reproductivo y que hay insuficiencias en el proceso de interpretación de la lectura e interpretación de las condiciones matemáticas que plantea el problema, así como la modelación, matematización y resolución del problema.

Los fundamentos teóricos de las categorías que se desarrollan conllevan que la estrategia metodológica defina el siguiente objetivo general: Orientar teórica y epistemológicamente las acciones de los niveles uno, dos y tres:

Nivel 1: Taller de capacitación de habilidades básicas del pensamiento.
Nivel 2: Taller de capacitación en la modelación de los problemas matemáticos.
Nivel 3: Ejecución de acciones de retroalimentación y evaluación de la estrategia metodológica.

Cada nivel tiene su objetivo específico y sus fundamentos teóricos - acciones que dinamizan la resolución de problemas matemáticos.

Objetivo específico de nivel 1:

Fundamentar teórica y epistemológicamente el desarrollo de las habilidades básicas del pensamiento:

Teoría y acciones de las habilidades básicas del pensamiento

Observación y procesos

Según De Sánchez 1995, es el proceso mental de fijar la atención en una persona, objeto, evento o situación, a fin de identificar sus características, cuando se es capaz de fijar la atención entonces se pueden observar las características del objeto de observación, éste puede ser de distinta índole; dichas características del objeto han de ser representadas mentalmente y archivadas de modo que sean útiles y recuperables en el momento que se desee.

La observación tiene dos momentos: Un momento concreto y un momento abstracto:

El momento concreto

Tiene que ver con el uso de los sentidos para captar las características de la persona, objeto, evento o situación.

El momento abstracto

Tiene que ver con la reconstrucción de los datos en la mente.

Algunas veces se requiere de varios sentidos para observar esas personas, objetos, eventos o situaciones. Muy importante usar todos los sentidos para desarrollar las habilidades básicas.

Es importante tomar consciencia de estos dos momentos (abstracto y concreto) para lograr una mejor observación, pues el primer momento permite, en la medida que se usen todos los sentidos una perspectiva más amplia y completa de la observación y el segundo momento se relaciona con la reconstrucción mental que se hace del objeto de observación.
En síntesis, la observación es el medio por el cual se entra en contacto con el mundo real, en donde los sentidos juegan un papel esencial.

La observación también puede ser directa o indirecta: La observación es directa, cuando el objetivo que se define indica el uso de los sentidos de la persona que realiza el proceso (fuente primaria).

La observación es indirecta cuando el objetivo indica la identificación de características de una persona, objeto, evento o situación a través de otras personas o medios de comunicación (fuente secundaria).

¿Qué hacer para observar?

1. Identificar el objeto de observación.
2. Definir el propósito de la observación.

3. Fijar la atención en las características relacionadas con el propósito.
4. Darse cuenta del proceso de observación.

En el proceso de observar cobra importancia el propósito u objetivo, ya que es fundamental para fijar la atención, también deben considerarse algunos factores que influyen en la observación: la naturaleza o grado de conocimiento que se tenga de la persona, objeto, evento o situación que se observa y la influencia del observador, su trasfondo. Lo anterior permite encontrar en el proceso suposiciones e inferencias.

La observación ha de ser lo más objetiva posible, debe procurar separar las suposiciones, las experiencias previas y las inferencias. El producto de la observación a menudo se presenta en forma oral o escrita, para lo cual se requiere integrar las características observadas en forma ordenada, clara y precisa. A este producto se le llama descripción.

Comparación y procesos

Para De Sánchez 2012, es una extensión de la observación, puede realizarse entre dos o más personas, objetos, eventos o situaciones, entre la persona, objeto, evento o situación misma y el aprendizaje previo, en ambos casos el proceso es similar. Cuando se pretende comparar, se identifican primero los elementos comunes o los elementos únicos que puede haber entre las personas, objetos, eventos o situaciones.

El proceso de comparar consiste en el establecimiento de diferencias y semejanzas entre personas, objetos, eventos o situaciones, el establecimiento de semejanzas permite generalizar, el de diferencias el particularizar y como consecuencia de ambos comparar.

En la comparación el concepto de variable facilita el proceso, se trata de identificar y especificar, variable por variable, las características que hacen que los pares de personas, objetos, eventos o situaciones que se comparen, sean semejantes o diferentes entre sí.

La comparación es una extensión de la observación y se consideran una etapa esencial en la definición de la mayoría de los procesos básicos de pensamiento.

Las diferencias se refieren a las características que distinguen a dos o más personas, objetos, eventos o situaciones, son la base de la discriminación.

¿Qué se hace para establecer diferencias?

1. Definir el propósito de la comparación.
2. Establecer las variables.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con las variables. (observación)
4. Identificar las diferencias.
5. Darse cuenta del proceso de comparación.

Semejanzas y procesos

Las semejanzas se refieren a las características idénticas o similares de personas, objetos, eventos o situaciones. Las semejanzas pueden ser absolutas, relativas, intrínsecas, funcionales, implícitas o sobreentendidas.

¿Qué se hace para establecer semejanzas?

1. Definir el propósito de la comparación.
2. Establecer las variables.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con las variables. (observación)
4. Identificar las semejanzas.
5. Darse cuenta del proceso de comparación.

Semejanzas absolutas: Las semejanzas absolutas corresponden a la igualdad de las características, deben ser idénticas y prácticamente es imposible que se puedan presentar. Ejemplo:

- Dos gotas de agua
- Dos pelotas idénticas
- Una copia fotostática

Semejanzas relativas: Las semejanzas relativas corresponden a lo parecido de las características, en este tipo de semejanzas se valora lo más parecido posible. Ejemplo:

- Dos países del tercer mundo (nivel de vida, corrupción)
- Dos equipos de fútbol (número de jugadores, vestimenta)
- Dos estudiantes (estudian, hacen tarea, practican deportes)

Semejanzas intrínsecas: Las semejanzas intrínsecas son aquellas características propias de los objetos comparados, tiene que ver con la naturaleza de lo que se compara. Ejemplo:

- Son vegetales
- Sirven para la siembra
- Las venden en tiendas de semillas
- Propias de una especie en particular

Semejanzas funcionales: Las semejanzas funcionales son aquellas inherentes a las funciones que realizan los objetos, similares en cuanto se pueden utilizar para el mismo propósito. Ejemplo:

- Son mexicanas
- Escuchan el Himno Nacional
- Están honrando a la Bandera

Comparación y procesos

Para De Sánchez 2012, constituye el paso previo para:

> establecer relaciones entre pares de características de personas, objetos, eventos o situaciones, las operaciones mentales implícitas en la comparación y en la relación aparentemente son similares, sin embargo, un análisis cuidadoso de ambos procesos permite verificar que incluyen dos niveles de abstracción diferentes.
> El proceso de relación se da una vez que se obtienen datos, producto de la observación y de la comparación, la mente humana realiza abstracciones de esa información y establece nexos entre los datos: entre los informes, las experiencias previas y teorías.
> Establecer relaciones es conectar los resultados de la exploración, vincular información y por lo tanto, realizar una habilidad de pensamiento un poco más compleja que las anteriores.

Cuando surge la pregunta; ¿Cuáles son las características esenciales de los insectos? se espera una respuesta que enliste los datos de ese conjunto de animales, pero, si se pregunta, ¿Qué relación existe entre los insectos y los arácnidos? Entonces se tiene que realizar una comparación de las características de ambos tipos de animales, conectar los datos similares y localizar las diferencias y semejanzas, para que, una vez hecha la comparación, se puedan establecer los vínculos entre los componentes de esa información.

Las relaciones surgen del proceso de comparación, pueden expresar equivalencias, similitudes, o diferencias y se pueden utilizar expresiones como mayor que, igual que, menor que.

En la relación se llega un paso más allá en el procesamiento de la información, es decir, se consideran pares de características de una misma variable provenientes de la comparación y se conectan mediante un nexo entre ellas, por ejemplo, “El libro tiene un precio más alto que el cuaderno”.

La relación es el proceso de abstracción mediante el cual se establecen conexiones, nexos o vínculos entre características observadas referidas a una misma variable en un contexto particular

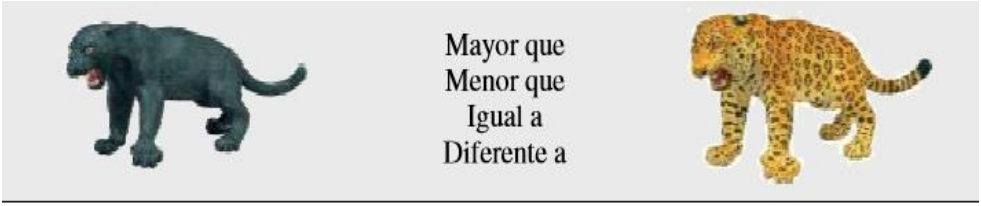
Los conocimientos previos, el trasfondo afecta al proceso de relacionar.

En una relación pueden utilizarse tanto variables cualitativas como cuantitativas, es muy frecuente pensar que con los resultados de la

Una pregunta clave para encontrar relaciones es:
¿Que puedes afirmar o negar de los objetos que deseas relacionar en función de cada variable?

comparación ya se están obteniendo relaciones, por eso no hay que olvidar el establecer las conexiones, nexos o vínculos entre sus características.

Ejemplo de nexos para establecer relaciones.



¿Qué se hace para establecer relaciones?

1. Definir el propósito de la relación.
2. Establecer las variables.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con las variables. (Observación)
4. Identificar las diferencias y semejanzas. (Comparación)
5. Identificar nexos entre lo comparado.
6. Establecer las relaciones
7. Darse cuenta del proceso de relacionar.

Nótese que en el proceso de establecer relaciones se están involucrando otras habilidades, como la de observación al fijar la atención y la comparación al identificar las diferencias y semejanzas.

El poder identificar semejanzas y diferencias constituye una habilidad previa requerida para comprender y aplicar el proceso de clasificación.

Clasificación y procesos

Según De Sánchez 1995, la es un proceso mental que permite agrupar personas, objetos, eventos o situaciones con base en sus semejanzas y diferencias, es una operación epistemológica fundamental.

La clasificación permite identificar personas, objetos, eventos o situaciones que jamás se han visto, identificar o definir conceptos y plantear hipótesis. Permite realizar dos tipos de operaciones mentales:

1. Agrupar conjuntos de personas, objetos, eventos o situaciones en categorías denominadas clases.
2. Establecer categorías conceptuales, esto es, denominaciones abstractas que se refieren a un número limitado de características de las personas, objetos, eventos o situaciones y no a las personas, objetos, eventos o situaciones directamente, por ejemplo los conceptos de “psicólogos”, “informáticos”, “agricultores”, “perecederos”, “climatológicos”, “sobrenaturales”, “deportivos”, “musicales”.

Para separar un conjunto de elementos en clases, se necesita dividir dicho conjunto en subconjuntos, de modo tal que los elementos de cada subconjunto compartan las mismas características esenciales.

Las características esenciales son aquellas características compartidas por un conjunto de personas, objetos, eventos o situaciones; se utilizan para agruparlos con base en sus semejanzas y diferencias, constituye una operación de pensamiento fundamental.

Ejemplo de características esenciales

Conjunto de personas: Papá, hermano, tío, abuelo

- Personas de una misma familia.
- Todos son seres humanos
- Son del sexo masculino

Tipos de Hongos:

- Están desprovistas de clorofila.
- Son multicelulares.
- No poseen raíces ni tallos, ni hojas.

Cada subconjunto constituye una clase o categoría conceptual, concreta o abstracta, se determina el concepto y se especifican las características esenciales que lo definen y que permiten identificar ejemplos y contraejemplos.

La habilidad para identificar características esenciales ayuda a distinguir entre lo accesorio y lo esencial de un objeto o situación, por ejemplo, las "guitarras"

¿Cuáles son sus características esenciales?

- La caja de resonancia
- El mástil unido a la caja

- Las seis cuerdas
- Las seis clavijas para graduar la tensión de las cuerdas
- La cabeza para sujetar el otro extremo de las cuerdas

La guitarra debe tener todas las características esenciales para ser guitarra, de lo contrario podría ser otro instrumento parecido, ¿Debe tener un capotastro una guitarra para ser guitarra? NO, esa no es una característica esencial, es un accesorio.

¿Porque no se confunden los miles de objetos que están en el mundo real? Porque se ha desarrollado la habilidad mental para reconocer esos objetos tomando en cuenta sus características esenciales.

¿Qué pasa si un objeto tiene las mismas características esenciales de otro? Posiblemente ese objeto es parecido o similar al otro objeto, pero no es igual, los objetos no son idénticos porque no comparten todas las características esenciales.

Propiedades de la clasificación:

1. Cada elemento del conjunto que se clasifica debe pertenecer a una u otra clase.
2. Las clases no se superponen, son mutuamente excluyentes.
3. Cada elemento del conjunto debe ubicarse en alguna de las clases.

¿Qué se hace para clasificar?

1. Definir el propósito de la clasificación.
2. Establecer las variables.

3. Fijar la atención en las características relacionadas con las variables. (Observación)
4. Identificar las características esenciales. (Comparación - Relación)
5. Identificar la clase a la que pertenecen.
6. Formular la clasificación.
7. Darse cuenta del proceso de clasificar.

La identificación de clases en un proceso con múltiples aplicaciones en el procesamiento de la información, por ejemplo:

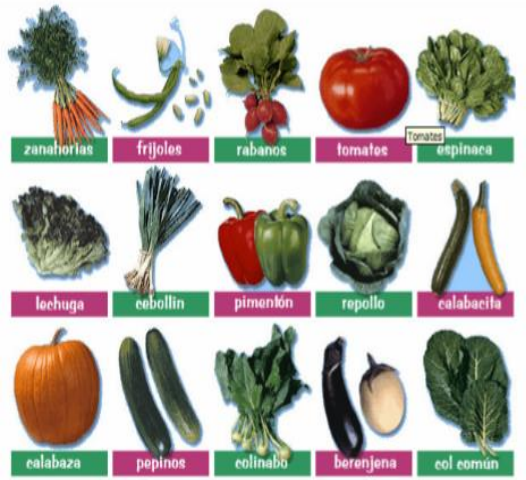
1. Permite organizar el mundo real en categorías, esta categorización facilita comprender los hechos, los fenómenos que ocurren alrededor de las personas y facilita el predecir las características de personas, objetos, eventos o situaciones, a partir de estos en determinadas categorías.
2. La clasificación es la base de la definición de conceptos; mediante este proceso es posible -al identificar sus características- distinguir ejemplos y contraejemplos, la definición de conceptos mediante la clasificación es un ejercicio que amplía la posibilidad de autoaprendizaje y eleva el nivel de abstracción del estudiante, la mayoría de las definiciones en el diccionario están elaboradas a partir de criterios de categorización, o sea, de pertenencia a alguna clase.
3. Las investigaciones demuestran que la categorización facilita la memorización y el aprendizaje significativo. Por esta razón se prefiere presentar los conceptos o sus asociaciones organizados en estructuras de clasificación. Un ejemplo son los mapas conceptuales.
4. La clasificación además de su utilidad intrínseca como proceso, es punto de partida para desarrollar otros procesos de más alto nivel

cognoscitivo, como la clasificación jerárquica, la evaluación, el análisis y la toma de decisiones.

Ejemplo de clases de vegetales

- Vegetales rojos
- Vegetales verdes
- Vegetales anaranjados

- Vegetales redondos
- Vegetales con hojas
- Vegetales alargados



Ejemplo de clases de flores

- Flores rojas
- Flores azules
- Flores anaranjadas
- Otros colores

- Florean en primavera
- Florean en verano
- Florean en otoño
- Florean en invierno

Errores más comunes en la clasificación:

1. Confundir características esenciales con accesorias
2. Realizar la clasificación sin antes acordar la variable de clasificación que le dará orden.

Describir y procesos

Según De Sánchez 1995, es dar cuenta de lo que se observa, se compara, se conoce, se analiza, etc. En un primer nivel de conocimientos, describir consiste en dar cuenta de las características de una persona, objeto, evento o situación. En el nivel reflexivo de pensamiento (analítico) también se describen las relaciones, las causas y sus efectos, los cambios que se presentan en esos objetos, situaciones y fenómenos.

La descripción es el proceso mediante el cual se informa de manera clara, precisa y ordenada las características del objeto de la observación. Se puede describir: de lo general a lo particular, de lo inmediato a lo mediato, etc. dependiendo del propósito de la descripción.

Frecuentemente el producto de la observación se expresa en forma oral o escrita, por lo que la calidad de la información depende de la claridad del lenguaje utilizado y de cómo se presentan los datos, se debe seguir un orden y utilizar un lenguaje claro y preciso.

Una herramienta fundamental de la descripción es la utilización de preguntas guía, por ejemplo, para describir a:

- Persona: ¿Quién es? ¿Cómo es? ¿Cómo se llama? ¿Qué edad tiene? ¿A qué se dedica?

- Objeto: ¿Qué es? ¿Qué tiene? ¿Qué hace? ¿Qué función realiza? ¿Para qué se usa?
- Evento o situación: ¿Dónde? ¿Cuándo? ¿Por qué? ¿Quiénes? ¿Qué pasó?

¿Qué hacer para describir?

1. Definir el propósito de la descripción.
2. Elaborar las preguntas guía relacionadas con el propósito.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con las preguntas. (Observación)
4. Describir ordenadamente. (Producto de la Observación, Comparación, Relación, Clasificación)
5. Listar las características.
6. Darse cuenta del proceso de describir.

El producto de la descripción también se presenta en forma oral o escrita, para lo cual se requiere integrar las características observadas en forma ordenada, clara y precisa.

Objetivo específico de nivel 2:

Orientar teórica y metodológicamente la solución de problemas de cálculo aritmético

Fundamentos y acciones del proceso de solución de problemas

La resolución de problemas: ¿actividad de estudio, habilidad, capacidad o competencia?

Se asume en este libro el concepto actividad como categoría psicológica, según González. et al. 1995, son:

> aquellos procesos mediante los cuales el individuo respondiendo a sus necesidades se relaciona con la realidad, adoptando determinada actitud ante ella. La premisa básica de la actividad es la necesidad, que refleja el estado de carencia del individuo activando al sujeto a su satisfacción; esta condición interna del sujeto, cuando se encuentra con el objeto que es potencialmente capaz de satisfacerla, se convierte en algo capaz de orientar y regular la actividad en cuestión; de esta manera ha encontrado su motivo, que es el reflejo psíquico del objeto que satisface la necesidad.

Ahora bien, toda actividad se realiza mediante acciones que son procesos subordinados a objetivos o fines conscientes y, en operaciones que son formas mediante las cuales la acción transcurre en dependencia de las condiciones en que se debe alcanzar el objetivo.

En particular, la actividad de estudio debe ser la actividad rectora en la edad escolar temprana. Según Davídov 1988, los conocimientos teóricos constituyen simultáneamente su contenido y su necesidad. Mediante el planteamiento de diversas tareas el escolar encuentra los verdaderos motivos.

Por otra parte, se acepta que una habilidad es una forma de asimilación de la actividad de la personalidad donde el sujeto demuestra que domina determinado sistema de acciones (psíquicas o prácticas) que le permite una regulación racional de la actividad con la ayuda de conocimientos y hábitos que posee. Mientras que el hábito es otra forma de asimilación de la actividad, pero donde el sujeto debe dominar un sistema de operaciones automatizadas para la realización de diversas acciones.

Los hábitos y las habilidades constituyen formas diferentes en que se expresa la asimilación de la actividad en el plano ejecutor.

Otro concepto psicológico muy relacionado con el de habilidades y hábitos, y también polémico en cuanto a su conceptualización, es el de capacidades que en forma breve se pudiera considerar como las formaciones psicológicas de la personalidad que son condiciones para realizar con éxito determinados tipos de actividad.

Las capacidades revelan la dinámica (rapidez, facilidad, profundidad, precisión, originalidad, constancia y calidad) con que se adquieren, asimilan y aplican un conjunto de conocimientos, habilidades y hábitos. Se pudiera decir que las capacidades nos indican cómo un individuo realiza cierta actividad.

Hoy en día se está empleado el término de competencias, como un escalón superior al de capacidades. Para los autores que defienden este término, lo diferencian de las capacidades, en que plantean que un sujeto tiene capacidades cuando posee potencialidades para el desempeño exitoso de cierta tarea, mientras que es competente cuando ha desarrollado determinadas capacidades, pero las desempeña de manera eficiente, movilizando todos sus recursos para ello.

Es decir, que las capacidades y las competencias expresan de forma diferente la dialéctica entre lo potencial y lo real: la capacidad es potencialidad que puede llegar o no a convertirse en realidad, o sea a materializarse, mientras que la competencia es realidad actualizada, y se manifiesta en un comportamiento concreto, mediante la acción.

Luego, desde el punto de vista didáctico se debe trabajar para que resolver problemas sea una verdadera actividad de estudio por el fuerte componente motivacional que lleva implícito este concepto psicológico. Sin embargo, en el plano ejecutor, la resolución, por la propia complejidad y diversidad de las acciones que se deben instrumentar, se puede considerar en un estadio inicial como habilidad; posteriormente mediante un proceso integrador se convertirían en capacidad y, finalmente se debe aspirar a que se transforme en una competencia mediante un trabajo sistemático e intencional por parte de los docentes.

Retomando el concepto de competencia y por ser la máxima aspiración a la que debemos alcanzar en el plano pedagógico, desde el punto de vista operativo resulta funcional asumir la siguiente definición:

Las competencias son configuraciones psicológicas predominantemente cognitivas, conformadas funcionalmente por tres dimensiones: una procesal, otra operacional o instrumental y otra motivacional, que garantizan el éxito y la eficiencia en el desempeño de una determinada actividad.

De acuerdo con Castellanos y Córdova 1995, y Córdova 1997, estas dimensiones se descomponen en las siguiente sub-dimensiones e indicadores:

A. Dimensión procesal

Comprende los procesos psíquicos que intervienen en la actuación del sujeto; sensopercepción, memoria, imaginación y pensamiento. Se descompone en dos sub-dimensiones:

A.1 Calidad procesal: expresa la caracterización cualitativa de las acciones intelectuales y de los procesos sobre cuya base estos transcurren. Los indicadores (Córdova, 1997) que permiten medir esta vienen dados por:

- Independencia: Es la posibilidad de cada sujeto de seguir una línea propia de pensamiento y modos de procesamientos autónomos. Está relacionada con los diferentes niveles de ayuda y con el tipo de orientación que cada sujeto necesita para ejecutar las acciones que le garantizan el éxito de la actividad.
- Originalidad: Se manifiesta por la cantidad de ideas y opiniones inusuales, no comunes, que el sujeto puede ofrecer y generar ante un hecho, situación o fenómeno.
- Fluidez: Se expresa en el número de ideas o producciones que el sujeto pueda generar o utilizar en un contexto determinado.
- Flexibilidad: Se refiere a la variedad de recursos que el sujeto es capaz de emplear en las situaciones que enfrente, en su posibilidad de generar diferentes modos de contemplar un fenómeno; en la posibilidad de modificar el rumbo de la actividad intelectual cuando la situación lo requiera.
- Elaboración: Se evidencia en la posibilidad para producir gran cantidad de riqueza de detalles en el análisis de una idea o de una situación dada, de llevar esta hasta las últimas consecuencias. De esta forma logra desarrollar la actividad, clarificarla, perfeccionarla, descubriendo en ese proceso deficiencias que sirven de base para re-elaboraciones.
- Logicidad: Se manifiesta en la posibilidad de seguir un orden lógico, sin saltos arbitrarios, en la dinámica del procesamiento de determinada información.
- Profundidad: Se refiere a las posibilidades de penetrar en la esencia de los hechos, los fenómenos y las situaciones, buscando generalizaciones, leyes y regularidades; se tiende a buscar lo relevante haciendo abstracción de lo no significativo.
- Productividad: Se comprende como el equilibrio relativo entre la velocidad del procesamiento de la información para ejecutar la actividad, la relativa independencia con que se realiza y la calidad del resultado obtenido, o sea, es la optimización de recursos para la ejecución de la actividad prevista.

A.2 Metacognición: Cualquier tipo de manifestación de los conocimientos del sujeto que aprende acerca de sus propios conocimientos relativos a

determinada actividad; así como el control de su ejecución, a través del autoconocimiento, autocontrol, autoevaluación y la autovaloración. Se utilizan como indicadores los que siguen:

- Metaconocimiento: Consiste en el conocimiento y la conciencia que el sujeto tiene de sus propios conocimientos para poder ejecutar de manera exitosa una determinada actividad. Esto incluye el autoconocimiento de las potencialidades y debilidades en el dominio de estrategias, técnicas, etc. para ejecutar las acciones u operaciones. En los estilos propios de trabajo, sus preferencias y sus posibilidades intelectuales. El grado de conciencia de pre-requisitos, condiciones, exigencias y obstáculos involucrados acerca de la tarea que realiza.
- Control ejecutivo: Está dado por el dominio y uso efectivo de la planificación, supervisión, corrección, comprobación, evaluación y los procesos que caracterizan el control y autorregulación de la actividad que se realiza el sujeto.

B. Dimensión operacional o instrumental

Concierne al desarrollo y las particularidades de las bases de conocimientos y del sistema de acciones generales y particulares con que los sujetos deben funcionar y que deben desarrollar. Se incluyen dos sub-dimensiones:

B.1 Bases de conocimientos: Es la manifestación de los conocimientos del sujeto con relación al entorno en el cual realiza su actuación. Se puede medir mediante los siguientes indicadores:

- Volumen: Entendido como la riqueza de conocimientos sobre una o más áreas, fundamentalmente el nivel de conocimientos generales que posee el sujeto.

- Especialización: Considerado como el nivel de profundidad y solidez de la información que se posea en un área determinada, dado por las características cuantitativas y por la posibilidad de penetrar en nexos multilaterales que captan las leyes y núcleos esenciales de un campo del saber o en una esfera de la actividad.
- Organización: Comprendida como el nivel de estructuración y sistematización de los conocimientos, para poder relacionar nuevos sistemas de informaciones con los viejos, y el consecuente poder de los mismos para ser utilizados en realizar transferencias y generar nuevas hipótesis e información a partir de la existente.

B.2. Sistema de acciones intelectuales: Está vinculada con cualquier manifestación de las ejecuciones del sujeto en los marcos de su actuación mediante acciones, operaciones, habilidades, hábitos, entre otros. Los indicadores en este caso dependerán de la actividad intelectual que se debe realizar.

C. Dimensión motivacional

Se engloban en ella las particularidades de los procesos motivacionales que estimulan, sostienen y dan una dirección a la actividad que llevan a cabo los sujetos y que condicionaran su expresión como autoperfeccionamiento y auto-educación. Comprende las siguientes sub-dimensiones:

C.1 Motivaciones predominantemente intrínsecas: se sustenta en la implicación e interés personal por el propio contenido de la actividad que realiza el sujeto, y en la satisfacción y los sentimientos de realización personal que experimenta al instrumentarla.

C.2 Sistema de autovaloraciones y expectativas positivas: Un aprendiz competente y eficaz tiene una autoestima positiva sobre la actividad que realiza y esto conlleva a la existencia de expectativas positivas de confianza y seguridad en la obtención de logros y éxitos en este proceso, y por tanto, cuando se presenten obstáculos sabrá esforzarse y perseverar para vencerlos.

Aunque no existe consenso entre los didactas de la Matemática en distinguir entre resolver y solucionar un problema; en general, se considera que la resolución de un problema consiste en hallar la solución del mismo, o sea, determinar la respuesta correcta; mientras que la solución de un problema es el conjunto de operaciones o transformaciones que se han de efectuar para hallar la respuesta del mismo.

Para algunos autores como Fridman 1995, y Labarrere 1987, la esencia en la solución de un problema verbal, desde el punto de vista matemático, consiste en la construcción de su modelo matemático.
Se entiende como modelo matemático, para este tipo de problemas, la construcción de un sustituto de este tipo de ejercicio, donde se reproducen determinadas condiciones o relaciones matemáticas esenciales del problema que permiten realizar en él ciertas transformaciones, como si fueran hechas en el problema original.

La construcción del modelo matemático actúa como el tránsito del lenguaje cotidiano o común (texto original del problema), a un lenguaje estrictamente matemático (modelo del problema).

Por tanto, construir el modelo matemático coincide con lo que usualmente denominamos determinar la vía de solución del problema.
Ahora bien, construir el modelo matemático, es la parte fundamental en la solución del problema matemático, pero después de realizado este, es preciso ejecutar lo planteado, es decir, efectuar los cálculos, las operaciones, las diferentes transformaciones, entre otras, que permiten tener acceso a la respuesta. Además, se debe encontrar la respuesta correcta.

Es por ello, que se siempre se aspira encontrar la vía de solución como la de hallar la respuesta correcta. Por tanto, se asume que, los términos solución y resolución de problemas son sinónimos.

Por otra parte, la modelación gráfica puede o no utilizarse en la construcción del modelo matemático; ello dependería de las características, tanto del problema como del resolutor. En caso de emplearse puede ser el único modelo a realizar o puede complementar a otro tipo de modelación abstracta.

Procesos y acciones para resolver problemas

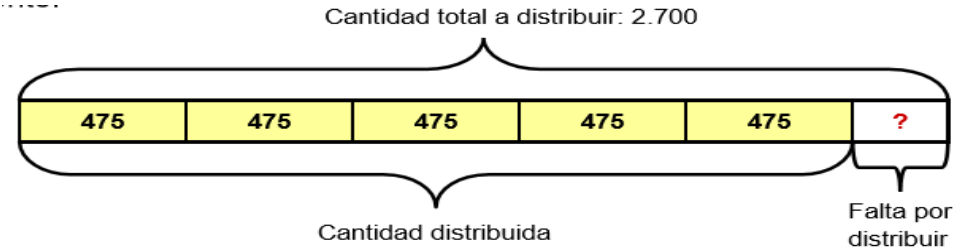
A continuación, se ejemplificarán con los siguientes problemas lo que se ha afirmado anteriormente:

Ejemplo: "Se distribuyen 475 pollos diariamente durante 5 días. Si se deben distribuir 2700 pollos. ¿Cuántos pollos faltan por distribuir?" (tomado del libro de texto de Matemática 3er. Grado, p. 135)
En este problema se describe en el lenguaje común un hecho: la distribución de pollos.

Lo conocido en el mismo es: la cantidad de pollos que se distribuyen diariamente: 475; la cantidad de días en que son distribuidos los pollos: 5 y la cantidad total de pollos que se deben distribuir: 2 700.

Lo desconocido y que se debe hallar es: la cantidad de pollos que faltan por distribuir.

Pudiera ocurrir que un alumno necesite, para comprender mejor el problema, utilizar la **modelación gráfica**, en particular la lineal. En este caso dibujaría lo siguiente:



Fuente: *Capote, 2012, p.15*

Con el apoyo de este modelo y con la aplicación de los significados prácticos de la multiplicación y la sustracción se deben efectuar las operaciones que resultan de considerar las relaciones partes – todo:

T- (p1+p2+p3+p4+p5) = p6, …….. p6=?

2 700 – (475 x 5) = ?

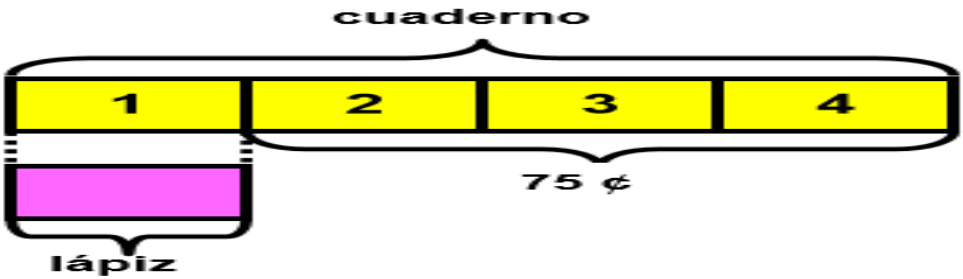
Precisamente esta expresión es la operación T-5p=x, que resulta del modelo matemático del problema que permite hallar la solución correcta.

Se puede apreciar que el modelo gráfico es un complemento de apoyo para obtener el modelo matemático que permite resolver el problema.

En este caso se ha usado un modelo aritmético lineal de relación parte-todo para resolverlo.

Ejemplo: "Un cuaderno es cuatro veces tan caro como un lápiz. Este es 75 ¢ más barato que el cuaderno. ¿Cuánto cuesta cada uno?"

Primera vía: Es posible que a algunos estudiantes les resulte difícil comprender este texto, entonces pudieran utilizar la construcción de un modelo gráfico para lograrlo.



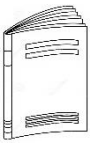
Fuente: *Capote, 2912, p.15*

Este modelo lineal con rectángulos permite a los estudiantes plantearse la operación aritmética que conduce a resolver el problema:

(75: 3) x 4 = a (precio del cuaderno)

a – 75 = b (precio del lápiz)

Segunda vía: Si el estudiante domina la solución de ecuaciones lineales de primer grado pudiera plantearse el siguiente modelo:

X= precio (valor no conocido)	 4X=precio (valor conocido en función del de lápiz)

Sea x: precio del lápiz

4x: precio del cuaderno

Operación algebraica: 4x – x = 75

Tercera vía: Si se utiliza la modelación tabular con el apoyo del tanteo inteligente se construiría la siguiente tabla:

Tabla 1

PRECIO		DIFERENCIA
LÁPIZ	CUADERNO	
10 ¢	40 ¢	30 ¢
20 ¢	50 ¢	60 ¢
25 ¢	100 ¢	75 ¢

Fuente: *Capote, 2012, p.16*

El tanteo inteligente se manifiesta en que sean capaces de descubrir que cada vez que aumenta 10 ¢ el lápiz, la diferencia aumenta en 30 ¢: luego si el aumento es de 5 ¢ la diferencia aumentará en 15 ¢.

En esta oportunidad el empleo de la modelación gráfica sirvió, tanto para comprender el problema como para descubrir la vía de solución y simultáneamente de resolverlo.

De lo anterior se infiere que la construcción del modelo matemático está en correspondencia con determinado análisis del problema. Por supuesto, este análisis depende de preparación matemática del resolutor así como del tipo de actividad cognoscitiva que despliegue.

Diversos autores señalan que la principal dificultad en la elaboración de los modelos matemáticos de los problemas, radica en que muchas veces al alumno le resulta difícil representarse las relaciones implicadas o contenidas

en el texto y expresarlas con el grado de abstracción que involucra dicho modelo.

Precisamente es por ello, que en este acto es donde el escolar debe desplegar una mayor actividad cognoscitiva. Esto tiene particular importancia en el plano didáctico pues en este componente, es donde se debe prestar una especial atención en la labor del maestro.

En el siguiente enunciado vemos a un ejemplo de problema: ¿Cuál es el porcentaje de ganancia de una persona, que invierte 5.000 unidades monetarias en mercancías y recauda 6.900 unidades monetarias al venderla, sabiendo que sus gastos de venta y publicidad son de 800 unidades monetarias? En este enunciado podemos preguntar:

¿Qué información aporta?
¿Qué interrogante plantea?
¿A qué conclusión podemos llegar respecto a si es o no un problema?

Clasificación de los problemas en función de la información que suministra

Problemas estructurados son aquellos en el que el enunciado contiene la información necesaria y suficiente para resolver el problema.

Problemas no estructurados son aquellos en el que el enunciado no contiene toda la información necesaria y se requiere que la persona busque y agregue la información faltante.

Para el caso de los problemas estructurados generalmente existe una solución única al problema, con base a la información suministrada.

En el caso de los problemas no estructurados, la búsqueda de la información está sujeta a la motivación e interés que la prensa que resuelve el problema; por tal razón, es posible obtener soluciones que pueden ser muy diferentes entre sí, incluso aun habiendo recolectado la misma información, porque se pueden combinar los recursos de maneras diferentes.

En los enunciados es posible encontrar 3 elementos: la característica, variable y objeto así, por ejemplo: María pesa 60 kilogramos. María es una persona que define el objeto, hecho o situación donde se aplica la variable; peso es la variable y kilogramo la característica.

Las variables y la información de un problema: los datos de un problema, cualquiera que este sea, se expresan en términos de variables, de los valores de estas o de las características de los objetos o situaciones involucradas en el enunciado.

Entonces se afirma que los datos siempre provienen de variables; y esta es una magnitud que puede tomar valores cualitativos o cuantitativos.

Las variables cuantitativas tienen valores numéricos; las variables cualitativas tienen valores semánticos o conceptuales.

Las variables cuantitativas permiten establecer las relaciones de orden.

Las variables cualitativas, conducen a la formación de clases. Por consiguiente, cuando se puede asociar elementos que tengan la misma característica cualitativas o semántica.

En el siguiente enunciado identifica las variables y los valores que pueda asumir: un jardinero trabaja solamente los días hábiles de la semana y cobra 250 unidades monetarias por cada día. ¿Cuántos días debe trabajar la persona para ganar 1.000 unidades monetarias a la semana?

Variable: días de trabajo
Valores: 250 unidades monetarias, 1.000 unidades monetarias.

Procedimiento para la solución de problemas

En el siguiente enunciado: Miguel necesitaba ropa y fue al centro comercial, para lo cual sacó cierta cantidad de dinero de su cajero. Vio unos bonitos pantalones y gasto el 50% de lo que llevaba, luego compra una camisa que le costó 300 unidades monetarias. Si al final le quedaron 200 unidades monetarias que las gastó con unos amigos. ¿cuánto dinero sacó del cajero?

Primer paso:
Se debe leer todo el enunciado y peguntarse: ¿Se tiene información?, ¿tiene un interrogante que debemos responder?, ¿se puede concluir con la información de las interrogantes que es un problema? Si la respuesta es afirmativa. ¿De qué trata el problema?

Segundo paso:

La resolución del problema conlleva a preguntarse: ¿qué datos aporta el enunciado? ¿cuáles son las variables y características?

Variable	Característica
cantidad de dinero inicial.	desconocida
primera compra	pantalón
costo de la primera compra	50 % del dinero inicial
segunda compra.	camisa
costo de la segunda de compra	300 unidades monetarias
dinero después de las compras	200 unidades monetarias
destino del remanente	consumo con los amigos

Tercer paso:

En este paso se analizan las relaciones que se pueden platear y las operaciones que se pueden realizar. Por consiguiente, operar de esta manera. Es pensar en una estrategia para resolver el problema. ¿Qué relación se existe entre el costo del pantalón y el dinero inicial?

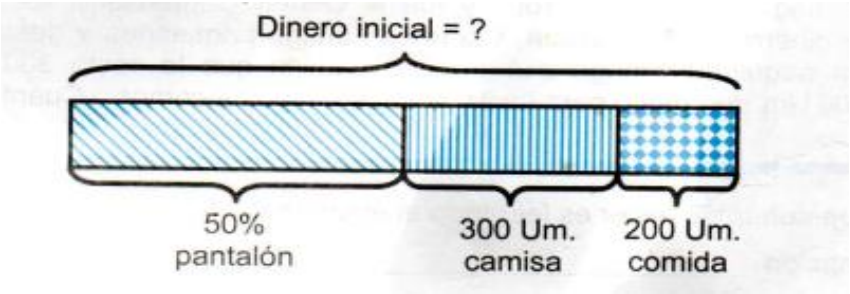
A partir de la tercera variable (costo de la primera compra) se puede decir:

1. El pantalón le costó la mitad del dinero inicial (50 %) o, lo que es lo mismo, que el dinero inicial es el doble del costo del pantalón.

Se puede establecer la siguiente relación:

2. Después de comprar de comprar el pantalón le quedó una cantidad de dinero igual a la mitad del dinero inicial. Otra relación:

3. Con el dinero sobrante después de comprar el pantalón se compró una camisa de 300 unidades monetarias, le quedaron 200unidades monetarias que gastó con los amigos.
4. El conjunto de relaciones 1, 2 y 3 permite establecer la relación de parte y todo, para lo cual se hace la modelación:



Problemas de relaciones con una variable

Una relación es un nexo entre dos o más características correspondientes a la misma variable.

En el enunciado del problema se dan los valores de las variables que correspondan y se presentan los nexos entre éstas; del análisis de estos nexos surge el tipo de relación y de éste la estrategia particular de representación a utilizar para comprender el problema, lograr la imagen mental, y en muchos casos, obtener la solución.
Las variables, sus valores y sus relaciones conforman los datos de los problemas. Un dato puede ser una variable, un valor de una variable o una relación entre dos variables o entre sus valores.

A pesar de que el enunciado de un problema siempre presenta relaciones entre sus datos, que como sabemos provienen de las variables, existen

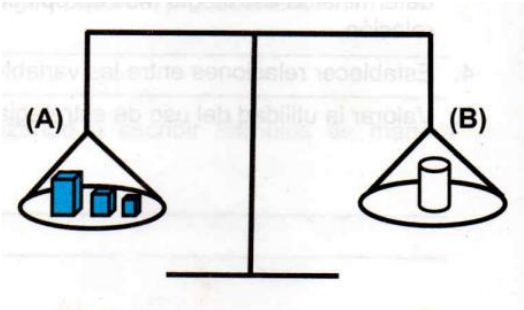
ciertos tipos de nexos que determinan clases especiales de problemas los cuales pueden agruparse y resolverse mediante estrategias particulares.

De lo dicho se desprende que esta unidad, además de logar que los jóvenes centren su atención en la identificación y el análisis de las relaciones entre variables y características presentes en el enunciado de un problema, logra identificar estos tipos especiales de relaciones y de estrategias particulares.

Veamos el proceso en el siguiente problema;

Con la balanza de 2 platillos y sólo 3 pesas 1, 3, y 9 kilos respectivamente, podrás pesar objetos cuyos pesos sean cantidades exactas entre 1 kilo hasta 13 kilos. Se trata de identificar la pesa o grupo de pesas de las disponibles que podrían colocarse en uno o los dos platillos para lograr un determinado equilibrio colocando el objeto en el platillo B. Se pueden combinar las pesas como se desee. ¿Cómo se combinarían las pesas para colocarlas todas o algunas de ellas en ambos platillos para pesar 2, 5, 7, 10 y 11 kilos?

1. Lee todo el enunciado. ¿De qué se trata el problema?
   De una balanza de dos platillos que se sirve parta pesar hasta 13 kg usando solamente una o una combinación de las tres pesas de 1, 3 y 9 kg.



2. ¿Cuál es la incógnita del problema?

   La incógnita es determinar la pesa o grupos de pesas que deben colocarse en el platillo A o en ambos platillos para equilibrar la balanza.

3. ¿Qué relaciones o estrategias puedo derivar del enunciado del problema?

Primera: que tenemos una balanza de platillo que se equilibra cuando ambos platillos tienen el mismo peso.

Segunda: que cuento con 4 pesas con los valores de 1 kg, 3kg y 9kg.

Tercera: que el objeto se coloca en el platillo B.

Cuarta: que tengo total libertad de colocar una o varias pesas en uno u otro platillo para lograr el equilibrio con el objeto.

Quinta: que el peso del objeto puede calcularse conociendo el peso total del patillo.

4. ¿Cómo podemos pesar?

   Si colocamos en el platillo B objetos de 1kg, 3kg y 9kg podemos equilibrarlo colocando en el platillo A la pesa correspondiente al peso del objeto.

   Si colocamos un objeto de 4kg en el platillo A, ¿Cómo podemos equilibrarlo?

5. Para formular la respuesta a la interrogante de cómo se combinan las pesas para pesar 2, 5, 7, 10 y 11kg, solamente tenemos que identificar en la tabla anterior la distribución de pesas en cada uno de los platillos. Por ejemplo, para pesar un objeto de 2kg. Lo colocamos en el platillo B junto con la pesa de 1kg, y en el platillo A colocamos la pesa de 3kg. De la misma manera procedemos para las demás cantidades.
6. Por último verificamos cada paso y los resultados de las operaciones.

Objetivo 3: Evaluar de manera sistémica y estructuralmente el conjunto de procesos que se despliegan en la las Estrategias Metodológicas para la solución de problemas matemáticos

Evaluación

Según Gonzales, 2002, citada por Aguirre 2015, la evaluación: “es un proceso que consiste en obtener información sistemática y objetiva acerca de un fenómeno lo que implica interpretar la información a fin de tomar la decisión más adecuada entre distintas alternativas” (p. 14).

La evaluación educativa es un “término genérico que incluye un rango de procedimientos para adquirir información sobre el aprendizaje del estudiante y la formación de juicios de valor respecto a dicho proceso…” (Miller, et al. 2012). Evaluación implica un proceso sistemático de acopio de información mediante la aplicación de diversos instrumentos, como pueden ser exámenes escritos u orales, para ser analizada con rigor metodológico, fundamentar la toma de decisiones y promover el aprendizaje complejo en los estudiantes.

Evaluación criterial

Especifica los objetivos, criterios y metas a lograr para luego comparar los resultados obtenidos en función de los mismos. Se trata de valorar si dichos objetivos han sido alcanzados o no, tanto por el grupo como por cada uno de los estudiantes.

El criterio de medida es el propio estudiante (sin compararlos con los demás) y sus capacidades.

El objetivo como capacidad es el criterio y el rendimiento esperado debe estar en función de las propias posibilidades o capacidades- destrezas.

Las capacidades organizadas en destrezas y los valores en actitudes, al diseñar los objetivos son el criterio de partida y por ello el de evaluación Pero éstas no son algo impersonal sino que dichas capacidades se personalizan en cada uno de los alumnos.

Desde esta perspectiva el concepto de educación integral y educación personalizada queda profundizado y humanizado, lo cual no implica en ningún momento olvidarse de los contenidos y los procedimientos a aprender.

Evaluación inicial o diagnostica

La evaluación inicial se propone, fundamentalmente, hacer un análisis previo del contexto educativo y diagnosticar sus necesidades y carencias. Amengual 1989, afirma que la evaluación inicial debe considerar:

La situación real del contexto (familia, escuela, alumno, medio ambiente, programas y planes de estudio), con sus rasgos y características más significativas y con todas sus carencias y necesidades. Es diagnóstica pues trata de diagnosticar las conductas iniciales, la maduración psicofisiológica, la maduración cognoscitiva y las habilidades y aptitudes psicológicas.
Las metas que razonablemente se debería alcanzar, teniendo en cuenta las aspiraciones de la sociedad, las exigencias de la persona y las necesidades del conocimiento y de la ciencia.

Rosales 1989, se refiere a las funciones en la estructura interna de la evaluación diagnóstica:

Contenidos: conocimientos, habilidades y actitudes previas y condiciones externas para abordar el estudio.
Información: proceso no instrumental (observación, entrevista); proceso instrumental (pruebas de conocimiento, tablas de observación, autoevaluación etc.).
Interpretación: Establecimiento de niveles de exigencia; estimación de la posibilidad de iniciar el proceso y búsqueda de estrategias de apoyo.
Decisiones: emprender la secuencia; modificar la planificación y prescribir soluciones.
En las Reformas Educativas actuales y más aún en el marco de la sociedad del conocimiento, la evaluación inicial adquiere una importante dimensión desde la perspectiva del aprendizaje significativo. La evaluación inicial indica el andamio previo, la estructura previa, el organizador previo, los conceptos previos sobre los cuales se construirán los nuevos aprendizajes; sin el concurso de la evaluación inicial no es posible realizar aprendizajes constructivos y significativos, donde el aprendiz encuentre sentido a lo que aprende. Es un elemento básico para generar mentes sintéticas y sistémicas, es decir mentes bien ordenadas El aprendizaje del estudiante ha de partir de los esquemas previos (Ausubel) que el posee. Es la evaluación inicial quien debe fijar estos esquemas previos a partir de la siguiente pregunta ¿qué tienen que saber nuestros alumnos, al inicio del año escolar para poder comenzar una asignatura determinada? ¿Cuáles son los esquemas previos o ideas previas que poseen?

Es deseable que estas preguntas se realicen en equipo de docentes, responderse mediante la técnica de lluvia de ideas identificando conceptos previos y destrezas básicas. Se identifican unos 15 conceptos básicos previos y luego se organizan en tres o cuatro bloques conceptuales.

Se identifican unas 6 u 8 destrezas básicas previas y a su vez se organizan en dos o tres bloques. Se construye una imagen visual, para convertirla en imagen mental, y en ella se sitúan los bloques de conceptos y destrezas. Esta imagen que se entrega a los estudiantes, actúa como andamio y estructura previa, para luego modificar éstos con nuevos aprendizajes.

En el aula esta imagen visual – mental debe ser complementada por el profesor en forma de un esquema más amplio y sirve de "repaso" para los primeros días (unos quince). Se trata de verificar si los conceptos y destrezas que poseen son adecuados o no, tratando de afianzarlos. Si no son adecuados se debe reconducir la programación

ajustándola a la realidad de los alumnos. Si fallan conceptos, éstos se pueden recuperar, pero si fallan determinadas destrezas básicas es necesario programarlas de nuevo. Esta imagen visual - mental se sitúa en la primera hoja del cuaderno de trabajo de los alumnos para posteriormente complementarla con definiciones, ejercicios, precisiones conceptuales, entrenamiento de destrezas etc.

Evaluación formativa

Scriven 1967, afirma que la evaluación constituye una constatación o estimación del valor de la enseñanza, considerada no sólo en sus resultados, sino también en sus procesos de desarrollo. Por ello insiste en la diferenciación entre evaluación formativa y evaluación sumativa. Esta segunda se centra en el estudio de los resultados, mientras que la evaluación formativa constituye una estimación de la realización de la enseñanza y contiene en sí el importante valor de poder servir al perfeccionamiento facilitando la toma de decisiones durante la realización del proceso didáctico. Insiste en que se analice más las necesidades que los objetivos y que trate de valorar hasta qué punto dichas necesidades han sido o no satisfechas.

Los resultados serán positivos en la medida que en que respondan a dichas necesidades. Por ello la principal responsabilidad de la evaluación es emitir juicios bien informados y que su meta es juzgar el valor. La evaluación formativa es una parte integrante del proceso de desarrollo del currículo. Proporciona información continua para ayudar a planificar; soluciona ciertos problemas acerca de la validez de sus contenidos, el nivel de vocabulario, su utilidad, la propiedad de los medios, la eficiencia etc.

Rosales 1989, afirma que “la evaluación formativa es parte indispensable del proceso educativo: permite reajustar continuamente las actividades, estrategias, ayudas y objetivos que se emplean”. Como tal ha de ser reguladora del proceso educativo orientado hacia la formación integral del estudiante. Por ello ha de centrarse tanto en los procesos como en los resultados. Lo que implica ser:

a. inicial, detecta y controla las necesidades y carencias del contexto (estudiantes, programas, medio educativo) y en consecuencia hasta qué punto se han seleccionado y definido los objetivos más significativos y pertinentes.
b. procesual, continua y afecta a todo el proceso, tanto de preparación como de desarrollo práctico.
c. formativa final, debe valorar el desarrollo de las capacidades-destrezas y valores actitudes conseguidos a lo largo del proceso educativo y también los contenidos y procedimientos adquirido, desde una perspectiva formativo-sumativa.

En el marco de la Refundación de la Escuela, se centra la evaluación formativa sobre todo en el nivel de consecución de los objetivos cognitivos

(capacidades destrezas) y afectivos (valores-actitudes) ya que lo nuclear de la educación y la formación radica en la consecución de los mismos. En la práctica evaluación de objetivos y evaluación formativa son la misma cosa.

La evaluación de objetivos implica la evaluación de capacidades a partir de sus destrezas y de valores a partir de sus actitudes. Se identifican unas cuatro destrezas por capacidad y se construyen escalas de observación sistemática, individualizadas y cualitativas. Igualmente se identifican unas cuatro actitudes por valor y se construyen igualmente escalas de observación sistemáticas, individualizadas y cualitativas.

Evaluación sumativa

La evaluación sumativa debe estar subordinada a la evaluación formativa y surge al finalizar un proceso educativo. Trata de valorar el producto conseguido, no desde el proceso recorrido y las metas propuestas, sino desde el punto de vista del cliente y su beneficio. Trata de garantizar la calidad del producto y es por ello un control de
calidad.

Este control de calidad, según Amengual 1989, debe actuar en tres niveles:

- verificación de los instrumentos de evaluación que se han manejado a lo largo del proceso,
- comprobación de los juicios de valor emitidos en consonancia con las informaciones recibidas,
- análisis de los objetivos fijados contrastándolos con las necesidades reales de los usuarios.

Según Rosales 1988, tiene las siguientes funciones referidas a:

- Contenidos: Adquisición de requisitos para niveles posteriores; adquisición de habilidades socialmente significativas.
- Información: Instrumentos que abarcan los objetivos terminales del programa; pruebas normalizadas a distintos niveles.
- Interpretación: se juzgan los datos en función de los objetivos considerados necesarios para el nivel
- Decisiones: conceder o no un diploma, certificar o no la preparación.

En las Reformas Educativas actuales la construcción de pruebas de evaluación sumativas se realiza en función de los objetivos y por eso se denominan evaluación por objetivos o evaluación por capacidades de contenidos o métodos. Por ello también se suele denominar evaluación formativo-sumativa

La evaluación de objetivos (capacidades-valores) y por objetivos (por capacidades-valores) sólo es posible si se organizan adecuadamente las actividades como estrategias de aprendizaje orientadas al desarrollo de capacidades y valores por medio de contenidos y métodos. En este caso se puede evaluar estos cuatro elementos: capacidades y valores (evaluación de objetivos) y contenidos y métodos en función de los objetivos (evaluación por objetivo).

En la evaluación por objetivos se trata de evaluar cuantitativamente los contenidos y los métodos en función de los objetivos en la medida que las actividades sean estrategias de aprendizaje orientadas al desarrollo de capacidades por medio de contenidos y métodos.

La construcción de las pruebas de evaluación por objetivos o por capacidades utiliza la técnica de las estrategias de aprendizaje: destreza + contenido + método. Ejemplo de un ítem de prueba: Situar y localizar (destrezas) la invención de la máquina de vapor y su expansión inicial (contenido) elaborando un mapa geográfico y otro histórico (método). Este modelo de evaluación por objetivos es el que se utiliza en las Pruebas

Referencias

Aguirre, C. A. (2015). Evaluación, desde un enfoque constructivista, del desempeño de los docentes del Área de Lengua y Literatura de la Unidad Educativa “Ciudad de Alausí” Tesis de maestría previo la obtención del título de máster en Gerencia Educativa Universidad Simón Bolívar.

Amengual, B. R. (1989). *Evaluación formativa*. (10 abril de 2022). Ed. Cincel, Madrid.

Arcavi, A y Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects, ZDM Mathematics Education, 39, 355-364.

Ausubel, D. (2002). Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Buenos Aires: Editorial Paidós

Blanco, L. J. (2012). Influencias del dominio afectivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, Planas, N. (Coord.): Teoría, crítica y práctica de la educación matemática. Barcelona, España: Editorial Graó, 171 – 185.

Blanco, L. J; Guerrero, E; Caballero, A. (2013). Cognition and Affect in Mathematics Problem Solving with Prospective Teachers. En The Mathematics Enthusiast, 2013 – Special Issue, 10(1 y 2), 335 – 364. http://www.math.umt.edu/tmme/vol10no1and2/13-Blanco-et%20al_pp335_364.pdf

Brousseau, G. (1983), Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas, Recherches en Didactique des Mathématiques, 4(2), México, DIE-Cinvestav, 165-198.

Caballero, A; Guerrero, E; Blanco, LJ. (2008). Descripción del dominio afectivo en las Matemáticas de los estudiantes para Profesores de la Universidad de Extremadura. Revista Paradigma, 2008, Vol. XXIX, n. 2, pp. 157–171. Recuperado de: http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v29n2/art09.pdf.

Capote, M. (2012). Una estructuración didáctica para la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria. Tesis doctoral, Pinar del Río, Cuba.

Castellanos, D y M. D. Córdova (1995). Hacia una comprensión de la inteligencia. En Selección de lecturas: La inteligencia un acercamiento a su comprensión y estimulación, Ediciones Varona, CESOFTE, La Habana.

Chadwick, C. (1979). Teorías del aprendizaje. Santiago: Ed. Tecla, http://sisbib.unmsm.edu.pe/Bibvirtual/Tesis/Salud/Reyes_T_Y/contenido.htm.

Casajús, A. (2005). La Resolución de Problemas Aritméticos-Verbales por alumnos de déficit de atención con hiperactividad TDAH de Grado para Optar al Título de Doctor en Didáctica de Matemática, Universidad Barcelona. España

Córdova, M. D. (1997). La estimulación intelectual en situaciones de aprendizaje. Tesis doctoral, ISP “Enrique J. Varona”, C. Habana.

Davídov, V. (1988). *Tipos de generalización en la enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación

De Guzmán, M. (1993) Tendencias Innovadoras En Educación Matemática. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. ISBN: 84-7884-092-3

De Sánchez, M. A. (1995), Desarrollo de Habilidades de Pensamiento; procesos básicos del pensamiento, (p. 29). México: 2ª Ed. Trillas, ITESM.

De Zubiría, J. (2006). Los modelos Pedagógicos. Bogotá: Cooperativa Editorial del Magisterio.

Diccionario de las ciencias de la educación. (1987). (abril, 1 de 2022), Tomo 1. Ed. Santillana. 3ra.Edición. México, 408,577.

Estrada, M. A. (2007). Actitudes hacia la estadística: un estudio con profesores de Educación Primaria en formación y en ejercicio. Camacho, M; Flores, P; Bolea, P (Eds.): Investigación en Educación Matemática XI. Tenerife, España: SEIEM, 121-140.

Estrada, M. A; Batanero, C; Fortuny, JM. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. Revista Enseñanza de las Ciencias, 2004, 22(2), 263 - 274.

Fridman, L. M. (1995). Metodología para resolver problemas de Matemáticas. Grupo Editorial Ibero América S.A. México.

Fletcher, A. (2005). Guide to Students as Partners in School Change. EUA: Olympia.

Gil, N; Blanco, L. J; Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. En Revista Unión Número, 2, 15-32. http://www.fisem.org/descargas/2/Union_002_003.pdf. Junio de 2005.

Gimeno, J. (1977). Autoconcepto, sociabilidad y rendimiento escolar. México. Editoriales trillas.

González, I. L. (2002). Análisis e interpretación de los resultados de la evaluación educativa. México: Trillas

Herrera, Francisco. (2003). *Habilidades cognitivas*. México: CEUTA.

Heredia, Y. y Martínez, R. (2010). Tecnología educativa en el salón de clase: estudio retrospectivo de su impacto en el desempeño académico de estudiantes universitarios del área de Informática. Revista Mexicana de Investigación Educativa, XV

Hernández, J; Palarea, M. M; Socas, M. M. (2001). Análisis de las concepciones, creencias y actitudes hacia las Matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Profesores. El papel de los materiales didácticos. Socas, M; Camacho, M; Morales, A: Formación del profesorado e investigación en educación matemática III. Tenerife, España: Universidad de la Laguna, 115-125.

Gómez-Chacón, I. M. (2000). Matemática Emocional. Los Afectos en el Aprendizaje Matemático. Madrid, España: Narcea, 2000.

Gómez-Chacón, IM. (2010). Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto. Moreno, MM; Estrada, A; Carrillo, J; Sierra, TA (Eds.): Investigación en Educación Matemática XIV. Lleida, España: SEIEM, 121-140.

González, V. [Et Al] (1995). Psicología para educadores. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Labarrere, A. (1987). Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Editorial Pueblo y Educación, La Habana

Loaiza, W. M. y Rojas, A. B. (2015). Trabajo de grado en la modalidad de monografía para obtener el título de Licenciado en Matemáticas y

Estadística, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia Facultad Seccional Duitama Escuela de Matemáticas y Estadística, https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2681/1/TGT_1292.pdf

Marzano, R. J. (1992). A different kind of classroom: Teaching with dimensions of learning. Alexandria, Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).

Miller, M. D., Linn, R. L. y Gronlund, N. E. (2012). Measurement and Assessment in Teaching (11va ed.). Londres: Pearson.

Moreno y Chauta, (2012). Funcionalidad familiar, conductas externalizadas y rendimiento académico en un grupo de adolescentes de la ciudad de Bogotá.

Piaget, J. (1974). Seis estudios de Psicología. Barral editores

Pólya, G. (1990). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Pólya, G. (1966). Matemáticas y razonamiento plausible. Madrid: Tecnos.

Rogers, G. (2010). Student outcomes and performance indicators. Accreditation Board for Engineering [en red]. Recuperado de www.abet.org/wp-content/uploads/2015/04/programm-outcomesand-performance-indicators.pdf

Rosales, C. (1988) Criterios para una evaluación formativa. Ed. Narcea, Madrid, 1988.

Royo, J. (1953). Los problemas de matemáticas en la escuela. En revista Bordón, 35(V,), 247-255

Ruiz, N. (2002). Análisis de un cuestionario para evaluar las creencias y actitudes de los futuros profesores sobre las matemáticas. Penalva, M. C; torregrosa, G; valls, J (Coords.): Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales, 513-526. Universidad de Alicante.

Sánchez Fernández, S. (2008). Didáctica de la educación en valores. A. de la Herrán Gascón y J. Paredes Labra (Coords.), Didáctica General. La práctica de la enseñanza en Educación Infantil, Primaria y Secundaria (pp. 61-72). Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España. ISBN: 978-84-481-6637-3

Sánchez Huete, J. C. (2007). *Estadística básica aplicada a la educación*, Editorial, CCS, (10 febrero 2022), 316.

Villalobos, Pérez-Cortés, E. M. (2004). Estrategias didácticas para la conducta ética. Ciudad de México, México: Universidad Panamericana.

PISA (2003-2006). (3 de abril de 2022), la lectura, https://www.educacionyfp.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/pisalectura.pdf?documentId=0901e72b8010c470

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. Handbook for Research on Mathematics Teaching, Learning (D. Grouws, Ed.), 334-370, [en línea]. http://gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/LearningToThink/Learning_to_think_Math.html

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.